

复杂网络上的群体决策

王 龙, 伏 锋, 陈小杰, 王 靖, 武 斌, 楚天广, 谢广明

(北京大学 工学院, 北京 100871)

摘 要: 主要论述了复杂网络上群体决策的研究现状和最新进展. 首先介绍了观点动力学研究中的几种基本模型, 即 Ising 模型、投票者模型、多数决定模型和有界自信模型等. 其次以这些模型为基础, 讨论了小世界、无标度等复杂网络上观点动力学的研究结果, 然后指出了观点动力学与语言游戏、一致性和耦合振子同步问题的联系, 接着给出了笔者在观点动力学方面所做的一些相关工作, 最后指出了复杂网络上群体决策的未来发展方向和一些可能的应用前景.

关键词: 复杂网络; 群体决策; 观点动力学; 自组织行为; 复杂性科学; 多智能体系统; 群体行为; 语言游戏

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2008)02-0095-14

Collective decision-making over complex networks

WANG Long, FU Feng, CHEN Xiao-jie, WANG Jing, WU Bin, CHU Tian-guang, XIE Guang-ming

(College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: In this paper, current theories and recent developments in collective decision-making over complex networks are discussed. First, several basic models in opinion dynamics are introduced, including the Ising model, the voter model, the majority rule model, the bounded confidence model, etc. Then, based upon these models, some recent findings about opinion dynamics over complex networks such as small-world and scale-free networks are discussed. Connections between opinion dynamics, language games, consensus, and synchronization of coupled oscillators are analyzed. Some original work on opinion dynamics is also presented. Finally possible future research directions and applications for collective decision-making in complex networks are given.

Keywords: complex networks; collective decision-making; opinion dynamics; self-organization; complexity science; multi-Agent systems; collective behaviors; consensus; language games

观点动力学 (opinion dynamics) 主要研究社会经济系统中由于个体之间决策的影响与外界公共信息的影响, 人群中某些特定事件或事物所持的不同观点的形成 (formation) 和演化 (evolution) 等现象, 并包括观点的一致性 (consensus) 与多样性 (diversity) 保持等问题^[1-4]. 数十年来, 观点动力学在社会学^[5]、心理学^[6]、政治科学^[7]、经济学^[8]、物理学^[9]、系统科学^[10-20] 等不同学科中得到了广泛的关

注. 近年来, 由于复杂性科学研究的兴起, 在不同学科的交叉和融合之下, 出现了经济物理学 (econophysics)^[21]、社会物理学 (sociophysics)^[1,3]、人工社会^[22-23] 等新兴研究领域, 其研究范畴都包括了观点动力学. 纵观点动力学的发展, 可以看出它在政治事务^[24]、电子商务^[25]、市场营销、专家决策系统^[10-13,19] 等方面都得到了成功的应用和发展, 从而加深了人们对观点的形成和演化的认识, 同时也引起了不同学科背景的研究人员的兴趣.

观点是个体对某事物或问题所持的看法或选择. 为研究方便, 观点可以简化为一个二值选择 (binary choice), 分别用 +1 和 -1 表示, 如支持 (+1) 或反对 (-1) 某个候选人或某种行为. 更一般地, 可

收稿日期: 2007-07-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60674050, 60528007); 国家“973”资助项目 (2002CB312200); 国家“863”资助项目 (2006AA04Z258); “十一五”计划资助项目 (A2120061303).

通讯作者: 王 龙. E-mail: longwang@pku.edu.cn.

以映射为介于一段区间内的任一实数,如对某一使用商品的满意度评价,从“很坏”到“很好”,就可以用闭区间 $[0,1]$ 来描述.实际上,由于人们所产生的观点值并不是严格精确的,因此可以将个体的观点值模糊化,用之间 $[0,Q]$ 的实数表示个体的观点值.给定初始时刻观点在人群中的分布,就可以根据某种个体观点更新规则来考察群体中的观点演化.目前,关于观点演化的模型有很多,如 Ising 模型、投票者模型(voter model)、多数决定模型(majority model)和有界自信模型(bounded confidence model)等,且大多数工作都可归到以上几类模型.这些模型一般假设个体观点的更新受到周围环境中其他个体决策(或社会群体选择趋势)的影响.为了描述个体之间的复杂社会(影响)关系,近年来蓬勃发展的复杂网络理论为其提供了方便而系统的框架:网络中的顶点表示个体,边表示个体之间的相互作用关系^[26-30].可以知道,社会关系网络具有小世界和无标度等特性,有的还具有社团结构(community structure).著名的 Watts-Strogatz (WS)小世界网络模型^[31]和 Barabasi-Albert (BA)无标度网络模型^[32]就是对真实社会网络可行有效的刻画,在一定程度上能反映真实社会网络的特征.因此,与在全连通图或多维规则格子上研究观点动力学相比,以及达到一致的时间跟系统大小的标度关系等;也关注不同观点之间的竞争关系,考察是否存在不同观点的共存态,不同网络拓扑对群体观点演化的影响等.另一方面,观点和网络拓扑的共同演化是当前研究中的一个热点问题.事实上,社会网络是持续动态演化的,个体将根据与邻居观点相互作用的结果进行连接的调整,同时调整后的网络连接也影响群体的观点演化.

个体之间观点的表达是建立在共同语言基础上的.与观点动力学的研究类似,语言的演化(evolution of language)是研究语音、语义、语法等表达方式一致性的涌现行为(emergent behavior)^[33-39].近几年来出现的命名游戏(naming game)是一类简化的语言演化模型^[40-47].这些研究方向和内容属于广义的观点动力学,与观点动力学有着紧密的联系.同时应该指出:近年来系统控制界的热点问题,如多智能体系统的一致性共识问题(consensus problem),其模型和方法与观点动力学有相似之处^[48-49].而且物理界、非线性科学界、动力系统界等长期研究的同步问题,也与观点动力学有着千丝万缕的联系^[50-53].因此,观点动力学的研究可以借鉴这些领域内比较成

熟的模型和研究方法,从而可以促进这些领域的相互融合和发展.

1 基本模型

1.1 Ising 模型与 Glauber 动力学(Glauber dynamics)

在观点动力学研究中,Ising 模型是最基本的也是应用最广泛的模型^[1,9,54-58].Ising 模型最初用于相变研究中,后来随着复杂性科学的发展,由于其机理简单且具有丰富的动力学行为,能有效地模拟二值观点的演化,因此被广泛地应用于观点动力学的研究中.假设一个群体由 N 个个体(类似统计物理学中的自旋(spin))组成,个体具有二值的观点: $\sigma_i(t) = \pm 1, i=1, \dots, N$ (类似于自旋的方向).如在金融市场中的决策:“+1”对应于“买”,“-1”对应于“卖”.个体 i 的观点更新受周围邻居和整个社会趋势的影响(类似于自旋的方向选择受局部自旋相互作用和外在场的影响): $\sigma_i(t+1)$ 以概率 $p_i(t)$ 取 +1, $1-p_i(t)$ 取 -1:

$$p_i(t) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{I_i(t)}{k_B T}}}$$

$$I_i(t) = a\xi(t) \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^N \sigma_j(t) + h_i \eta_i(t) r(t).$$

k_B 表示 Boltzmann 常数, T 表示个体决策中的随机因素,包括噪声、决策错误等(对应于绝对温度), $I_i(t)$ 的右端第 1 项表示个体周围邻居的影响(局部场), a 表示其作用强度,第 2 项表示整个社会趋势的影响(外场),即系统平均观点 $r(t)$ (系统反馈)对个体决策的影响, h_i 表示系统反馈对个体决策作用的大小程度. $r(t)$ 定义为 $r(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_j(t)$. 另外, $\xi(t)$ 、 $\eta_i(t)$ 分别表示个体与周围邻居和系统反馈的确信程度,一般取为介于 $(-1, 1)$ 之间的非相关(noncorrelated)随机噪声.以上介绍的 Ising 模型所演化的过程也称为 Glauber 动力学.为了模型简单和方便处理,一般假设 $k_B T=1$. 特殊地,若考虑 $T=0$,则个体观点更新的过程由一个随机的过程变成了确定性的更新过程,称为零温度 Glauber 动力学(zero-temperature Glauber dynamics).此时 $\sigma_i(t+1) = \text{sign} I_i$,若 $I_i=0$,则个体随机选择 +1 或 -1. Ising 模型一般用于观点是二值的情形,如果观点是连续的或离散多值的,就需要用其他模型来刻画观点的演化了.

1.2 投票者模型(voter model)

投票者模型是观点动力学研究中比较简单的一种模型^[59-61].假设个体观点受到周围邻居的影响,并且更新时从周围邻居中随机选择一个邻居的观点,取代自己的观点(见图 1).由于在投票者模型中很容易写出系统不同状态之间的转移概率,因此许多问题可以进行解析分析,这是此模型的一个优点.

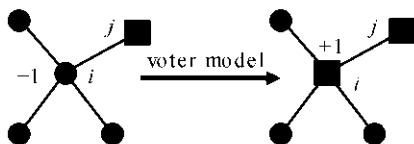


图 1 投票者模型示意图

Fig. 1 Schematic graph of voter model

在图 1 中,个体 i 从周围邻居中随机选取一个邻居 j ,用 j 的观点 +1 取代自己原先的观点 -1.

1.3 多数决定模型(majority rule model,MR)

多数决定模型刻画个体决策时充分利用周围邻居的信息,观点更新时选取数目占优的那个观点^[62-64].一般地,从系统中选取奇数个个体(如 G 个),被选中个体的观点全部更新为 G 个个体中较多个体持有的观点(见图 2).一般网络上多数决定模型的更新过程为:随机选取一个节点,节点下一时刻选取某观点的概率正比于周围邻居所持此观点的总数目.这种更新规则又叫做多数决定投票模型(majority voter model),见图 3.实际上,MR 模型在理论上一般很难解析,但是由于模型更符合实际,也得到了很好的研究.

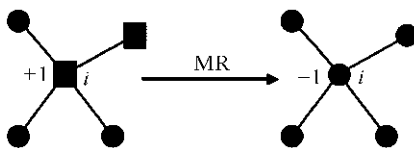


图 2 多数决定模型示意图

Fig. 2 Schematic graph of majority rule model

在图 2 中,在个体 i 和其邻居(共 5 人)中,选择 -1 的有 3 人,占多数,因此 i 及其邻居下一时刻观点依据多数原则取为 -1.在图 3 中,个体 i 的邻居中 1/4 选择 +1,3/4 选择 -1,因此下一时刻 i 以 1/4 概率选择 +1,以 3/4 概率选择 -1.

1.4 有界自信模型(bounded confidence model)

更为现实一些,在某些情况下,观点并不是二值的,如前文所叙,观点可以映射为一段区间内的任一实数,此时有界自信模型就可以用来描述群体中观

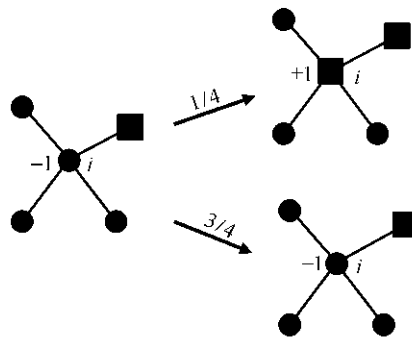


图 3 多数决定投票模型示意图

Fig. 3 Schematic graph of majority voter model

点的相互作用与演化^[22-23].设 $x_i(t)$ 为个体 i 的观点值, $i=1, \dots, N$.在 t 时刻,向量 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$ 的元素由各个个体的观点值组成,称之为背景(profile).模型假设 2 个个体之间的观点差异在某一个界之内时,他们之间的观点才有相互影响,即影响 i 的观点的个体集合为 $I(i, \mathbf{x}(t)) = \{1 \leq j \leq N \leq |x_i(t) - x_j(t)| \leq \epsilon_i\}$,式中: ϵ_i 表示个体 i 的自信强度(confidence level).由此,个体 i 下一时刻的观点取为

$$x_i(t+1) = |I(i, \mathbf{x}(t))|^{-1} \sum_{j \in I(i, \mathbf{x}(t))} x_j(t). \quad (1)$$

式中: $|\cdot|$ 表示集合元素个数.式(1)可以写成如下形式:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}(t, \mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t).$$

式中: $\mathbf{A}(t, \mathbf{x}(t)) = \{a_{ij}\}$, 是一个行和为 1 的随机矩阵.对于 $j \notin I(i, \mathbf{x}(t))$, $a_{ij} = 0$; 对于 $j \in I(i, \mathbf{x}(t))$, $a_{ij} = |I(i, \mathbf{x}(t))|^{-1}$.这是关于有界自信的线性模型.还有其他有界自信的非线性模型,参见文献[65],这里不再赘述.

2 复杂网络上的观点动力学

一般地,在复杂网络上的各种动力学研究中,网络的节点表示个体,节点之间的边表示个体之间的相互作用和影响.个体就是通过这样的相互作用并且按照一定的演化规则来更新自身的状态、属性.复杂网络上的观点动力学即是在这种框架下来研究系统观点的形成、传播和一致性等问题的.复杂网络上的观点动力学主要分为两方面:一方面是研究静态网络上的观点动力学问题;另一方面是关注网络拓扑和观点动力学的共同演化问题.

首先讨论静态网络上基于投票者模型的一些相关结论.在异质网络(网络中大部分节点的邻居数目存在差异,甚至成幂律分布)上, Sood 等人^[60]研究

了基于二值观点的投票者模型. 通过运用平均场方法对模型进行理论分析, 发现系统能够达到一致状态(即所有个体持有相同的观点), 并且收敛的平均时间 T_N 的量级为 Nu_1^2/u_2 , 其中 N 为个体的数目, u_k 表示网络度分布的 k 阶矩(k th moment). 当网络的度分布为幂律分布时, 指数 $v > 3$ 时 T_N 量级为 N , 指数 $v = 3$ 时 T_N 量级为 $N/\ln N$; 指数 $2 < v < 3$ 时, T_N 的量级为 $N^{(2v-4)/(v-1)}$, 指数 $v = 2$ 时 T_N 量级为 $(\ln N)^2$; 指数 $v < 2$ 时 T_N 量级为 $O(1)$; 指数 $v < 2$ 时 T_N 量级为 $O(1)$. 另外, 对于节点度相关或不相关的网络, 这些理论分析和仿真结果都吻合得比较好. 而在方格网络上, Krapivsky 等^[66-67]发现系统收敛时间与其维度有关. 当维度是 1 时, 其收敛到一致状态的时间量级为 N^2 ; 维度是 2 时, 其收敛到一致状态的时间量级为 $N \ln N$; 当维度大于 2 时, 收敛时间减少到 N . 这些结果表明, 在异质网络上的投票者模型中, 系统能较快到达一致状态. 进一步地, 文献[68]研究了分形方格网络上的投票者模型, 发现网络上观点状态的无序性(观点不同的节点对占所有节点对的比值)是时间的幂律函数. Castellano 等^[69]发现在个体数目相同的情况下, 小世界网络上的系统收敛时间比规则网络上的要短, 其收敛时间量级为 N . 并且, 当个体数目趋向无穷大时, 小世界网络上不能表现出观点的完全有序性, 因为小世界网络上的长程连接能够抑制观点的有序化. 另外, 文献[61]发现引入少量的“狂热者”(即永远不改变自己观点的个体)将会阻碍系统到达一致状态, 并且能使这种不同观点共存的状态保持稳定. 文献[70]在平均磁场守恒的条件下研究 BA 网络上的投票者模型, 发现点演化(link-update, 以网络上的边为研究对象)时, 磁场守恒, 系统的收敛时间量级为 N ; 单点演化(node-update, 以网络上的节点为研究对象)时, 平均磁场在网络上不守恒. 如果偏好性地进行单点演化, 则可以使其平均磁场守恒.

基于多数决定模型, Krapivsky 等^[64]研究了方格上二值观点的传播动力学, 发现系统中群体观点达到一致状态的收敛时间量级为 $\ln N$, 其中 N 为个体的数目, 并且收敛时间随着方格网络维度的增大而减少, 当维度大于 4 的时候, 有可能出现一个临界维度使得收敛时间与个体数目 N 无关. 进一步地, Chen 等^[62]研究了有限维空间方格上的观点动力学, 发现系统能最终达到一致状态. 有趣的是, 在系统达到一致状态的过程中, 在方格网络上出现了

相同观点的节点聚在一起成条形的现象. Li 等^[71]通过数值仿真研究了在空间方格上随机加边对收敛时间的影响, 发现随机加边可以缩短网络的平均最短路径, 从而使得收敛时间变短. Lambiotte^[72]用平均场方法分析了二分网络(dichotomous networks, 即网络只由 2 种度不同的节点组成)上的观点动力学行为, 发现度的差异性对系统中不同观点共存状态到观点一致状态的转变是有影响的, 并且系统呈现出非均分现象, 说明系统观点的一致性与其网络连通性有很大关系. 进一步地, 他们研究了带有社团结构的网络上的多数决定模型, 讨论了网络上观点呈现的不同状态与社团网络结构的关系^[63,73].

基于 Ising 模型, Bartolozzi 等^[54]研究了无标度网络上的观点动力学. 初始时刻 +1 和 -1 两种观点随机均匀地分布在网络的节点上, 并且令 $k_B T = 1$. 可以发现随着强度 a 的不断增大, 系统平均观点 r 对应于时间序列在零值附近的波动强度会越来越大, 从而使系统到达不了一致状态, 并且 r 对应于时间序列的所有值概率分布函数近似为高斯分布, 而且对应于其他不同的参数这种分布依然存在. 进一步地, Jung 等^[55]简化了上述模型, 定义 $I_i(t)$ 为
$$I_i(t) = \sum_{j=1}^M \sigma_j(t).$$
 与文献[54]相反的是, 他们发现系统平均观点 r 可以收敛到 +1 或者 -1, 并且 BA 网络上的系统收敛时间比其他网络的要短.

基于有界自信模型^[22,75], 文献[74]研究了增长的无标度网络上的观点动力学. 初始时刻, 每个个体都赋给一个 $(0, 1)$ 之间的观点值. 在观点演化过程中, 随机选取个体 i 及它的一个邻居 j , 计算他们的观点值差异 $\delta_{ij} = \sigma_i - \sigma_j$, 当差异值满足 $|\delta_{ij}| < \epsilon$ 时, 个体观点值做相应调整: $\sigma_i = \sigma_i - u\delta_{ij}$ 且 $\sigma_j = \sigma_j - u\delta_{ij}$, 其中 ϵ 为差异极限, $u (0 < u < 0.5)$ 为收敛参数, 表示改变观点值的强度. 仿真结果表明系统观点动力学依赖于参数 ϵ , 它决定了观点最终分布的峰值; 而个体数目 N 和收敛参数 u 只影响系统的收敛时间和最终观点的分布范围; 另外, 无论在固定的无标度网络上还是在增长的无标度网络上, 这些结果均成立. Krause、Deffuant 等人提出了几类改进的有界自信模型, 即 Krause-Hegselmann (KH) 模型和 Weisbuch-Deffuant 模型 (WD)^[22-23]. 文献[76]在 KH 模型的基础上, 研究发现, 在 BA 网络上存在一个比较小的自信值 ϵ_d 使得扰动传播行为发生变化, 并且存在一个临界值 ϵ_c , 当自信值大于临界值时, 初始的扰动可以传播到其他所有节点. 并且网络的平

均度和初始扰动的个体数目的改变对以上结果的影响比较小. 文献[77]发现在 KH 和 WD 模型上, 向量维度的增加对一致状态的收敛有促进作用.

除了采用以上常用模型来研究网络上的观点动力学问题, 还可以采用其他模型, 如 Galam 和 Sznajd 等人为研究观点动力学提出的相关模型^[58, 78-81]. 其实这些模型和上述几类模型有着非常密切的关系, 其中有些模型就是在这些模型的基础上加以改进得到的. 除了用这些模型来研究复杂网络上的观点动力学, 噪声、非线性作用、记忆效应等机制也可以加以考虑^[65, 82-84]. 借助这些机制, 再结合以上模型, 复杂网络上的观点动力学将成为复杂网络动力学中一个新的热点.

另一方面, 观点动力学与网络拓扑的共同演化问题也得到了关注和研究. 网络拓扑不同对观点传播是有影响的, 而不同个体之间的观点相互影响也可以反作用于网络拓扑. 在社会系统中, 研究系统观点收敛的模型大致分为 2 种: 一种是个别对事物观点的形成是受邻居观点影响的; 另外一种是对事物持相同(近)观点的个体比较容易成为邻居. Newman 等^[85]结合以上实际情形, 通过一个概率参数 ϕ 来控制这 2 种演化过程的相互影响程度, 进而提出了一种考察网络拓扑和个体观点相互作用的模型. 他们发现, 改变这个参数, 系统平衡时的状态可以由不同观点共存的状态转化到绝大多数个体持相同观点的状态. 另外, Gil 等^[86-87]也提出了一种观点传播和网络拓扑共同演化的模型, 其规则如下: 初始网络拓扑为 N 个节点组成的全连通图; 观点 +1, -1 随机等比例地分布在网络上. 在演化过程中, 每次从网络中随机选取一节点对(节点之间相互连接), 如果选取的节点对的状态相同, 进行下一步演化; 否则, 即当选取的节点对之间的观点不同时, 节点对中的一个节点以概率 p_1 改变自己的状态, 即采用另一个节点的状态来保证节点对之间的观点相同; 或者节点对以概率 $1-p_1$ 保持观点不变, 在这种情况下, 两节点之间的边再以概率 p_2 断开. 按照这样的演化规则, 网络会演化成为由互不连通的社团组成, 社团内部的个体保持相同的观点, 而社团之间个体的观点不同, 从而形成了不同观点有效分离的有趣现象. 相应地, Rosvall 等人采用个体之间交流反馈的规则研究了系统中拓扑结构和信息之间的自组织现象^[88]. 进一步地, 通过运用统计物理的方法, 观点动力学与网络拓扑的共同演化问题在理论上得

到了更多地分析^[89-94]. 目前, 关于这方面的研究比较为大家所关注, 相信它将是今后研究的一个重点方向.

3 相关的群体决策问题

3.1 语言游戏(language games)

语言演化过程的研究, 如词汇、语法的发展等, 吸引了国际上众多学者的研究兴趣^[33-39]. 个体观点的表达是基于语言的, 因此语言的演化研究也可以看作是一类广义的观点演化过程. 这里, 将简单介绍语言游戏中关于语法演化(evolution of grammar)的一个基本模型^[35], 并指出它与上文所介绍的观点动力学模型的联系.

考虑一个异质人群中的语言演化动力学问题. 假设语法 G , 其中含有 n 个候选语法, G_1, G_2, \dots, G_n . 每一个语法都有各自的构成规则. 定义参数 a_{ij} 表示一个句子同时符合语法 G_i 和 G_j 的概率, 即语法 G_i 和 G_j 相通的程度, 其中 $0 \leq a_{ij} \leq 1$, 且 $a_{ii} = 1$. 由 a_{ij} 构成的矩阵 A 表示这 n 个语法之间两两相通的程度. 假设一个使用语法 G_i 的个体和一个使用语法 G_j 的个体交流的收益是 $F(G_i, G_j) = (a_{ij} + a_{ji})/2$, 显然 $F(G_i, G_i) = 1$. 设 x_i 为使用语法 G_i 的个体占群体的比例, 那么每个使用语法 G_i 的个体的平均收益可以表示为 $f_i = \sum_j x_j F(G_i, G_j)$. 假设一个后代在使用语法 G_i 的语言环境里学习, 但最终说的却是使用语法 G_j 的语言的概率是 Q_{ij} . 根据复制突变方程(replicator-mutator equation), 可以得到该模型的人口动力学方程为

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n x_j f_j Q_{ji} - \phi x_i, i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

式中: $\phi = \sum_i x_i f_i$, $\sum_i x_i = 1$. 可以看出, 式(2)有很多稳定的和不稳定的平衡点. 而当 $Q_{ij} = 0$ 时, 这个系统存在 i 个非对称的稳定平衡点 $x_i = 1, x_j = 0 (j \neq i)$. 当 Q_{ij} 比较大时, 惟一的稳定平衡点是在所有语法的使用者比例 x_i 几乎相等的点处取得. 因此当 $Q_{ij} = 0, j \neq i$ 时, 系统会收敛到全局一致的语法(universal grammar). 式(2)可以看成是一个非线性耦合的观点动力学模型, 并且最终能达到一致. 此外, 引起物理界研究人员兴趣的命名游戏(naming game)^[40-47], 也可以看成一类广义的观点动力学. 由此, 观点演化的研究可以借鉴语言演化中的一些模型, 并且可以运用演化博弈论的相关理论, 从而可以进一步地促进观点动力学的发展.

3.2 一致性和同步问题

一致性问题近年来国际控制界兴起的一个研究热点问题.从物理的角度考察这一问题可追溯到1995年发表在Physical Review Letters上的相变模型,即Vicsek模型^[95].一致性问题关注一群通过局部作用(与最近邻居的信息交互)的个体能否在某些物理状态(速度、角度等)上达到一致^[48-49].设个体相互作用的拓扑关系图为 $G=(V,E)$,其中 $V=\{1,2,\dots,N\}$, $E=\{(i,j)\in V\times V;a_{ij}\neq 0\}$, $A=\{a_{ij}\}$ 为图 G 的邻接矩阵.个体 i 的邻居集合为 N_i ,且 $N_i=\{j\in V;a_{ij}\neq 0\}$.个体 i 的状态 $x_i(t)$ 在平均一致性协议(average-consensus)下的动态方程为

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j\in N_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)).$$

也可写成向量方程: $\dot{x}=-Lx$,其中 $x=(x_1,x_2,\dots,x_N)$, L 为图 G 的拉氏矩阵(Laplacian matrix).当拓扑关系图是连通图时,系统中的个体状态渐近收敛到所有个体初态的平均值.这个线性耦合模型与观点动力学中的有界自信模型很相似,关注的角度都是系统能否达到一致.本质上来说,有界自信模型所研究的内容可以看成离散的一致性问题.因此,把2个问题结合起来考虑,特别是利用控制理论中的反馈原理,为观点动力学设计可能的一致性协议,研究实现到达一致性的数学条件是十分有意义的.另一方面,观点动力学中聚类分离现象(polarization, fragmentation),即不同观点的个体聚集到一起,也可以借鉴一致性问题中的分群现象来研究.

值得一提的是,比一致性问题更悠久,在化学工程、非线性科学、物理学等领域中得到广泛而深入研究的耦合振子同步问题,可以为观点动力学的研究,特别是个体观点之间存在非线性相互作用时,提供一定的研究思路^[50-53].

4 群体决策中的一致性行为

4.1 初始观点分布情况和节点度的非线性作用对观点传播的影响

首先考察在无标度网络上,不同初始观点分布情况和节点度的非线性作用对二值观点传播的影响.一般地,在考察复杂网络上的观点动力学时,初始条件大都设定为+1和-1等比例随机地分布在网络的顶点上.在这里,考察无标度网络上3种初始观点分布情况对观点动力学的影响:1)+1和-1随机分布(C₁);2)+1占据网络中度较大的节点(C₂);3)-1占据网络中度较大的节点(C₃).初

始时刻+1的比例为 p .采用BA无标度网络,取节点数 $N=1\ 000$,平均度 $k=4$,然后设定其观点动力学演化规则.基于Ising模型及文献[70],首先定义

$$I_i(t) = \sum_j \sigma_j(t),$$

个体 i 在下一时刻采取+1的概率为 $p_i(t)$,采取-1的概率为 $1-p_i(t)$,其中

$$p_i(t) = \frac{1}{1+e^{-2I_i(t)}}.$$

这里所有个体的状态采用同步更新规则,用系统平均观点来衡量观点传播的情况.所有的数据点对应于100次运行结果的平均值.

研究了在这3种初始观点分布情况下,系统达到稳态时系统平均观点对 p 的变化情况,如图4所示.可以看出,对C₂,即初始时+1占据度较大的节点,在初始比例 p 比较小的时候,能够使系统达到全是+1的一致状态,而对C₃,即初始时-1占据度较大的节点,当系统能够达到+1的一致状态时,初始比例 p 比其他2种分布情况的初始比例要高一些.相应地,在这种情况下,系统比较容易到达-1的一致状态.而对C₁,由于初始时刻观点+1和-1都是随机均匀地分布在网络的节点上,当 $p<0.5$ 时,系统达到稳态时,系统平均观点接近-1,而当 $p>0.5$ 时,系统达到稳态时,系统平均观点接近+1.通过以上比较,可以看出,在无标度网络上,初始观点的分布情况能够影响观点的传播行为.尤其是初始时,相同观点占据度大的节点并且连接在一起,形成一个聚集类(cluster),是有利于此种观点在网络上传播的.进一步地,在上述结论的基础上,研究节点度的非线性作用对观点传播的影响.在上述模型的基础上,重新定义:

$$I_i(t) = k_i \sum_j \frac{k_j^\alpha \sigma_j(t)}{\sum_j k_j^\alpha}. \tag{3}$$

式中: k_i 、 k_j 分别表示个体 i 和 j 的邻居数目(节点 i 和 j 的度).在这里,由于C₁中+1和-1随机均匀地分布在网络上的节点上,在这种情况下比较难观察到节点度的非线性作用对同一观点的传播作用,所以在这里只研究C₂和C₃的情况.可以想象,当初始的某种观点聚集到度比较大的节点上时, $\alpha>0$ 是有利于这种观点在网络上传播的.如图5所示,可以发现,在C₂中, α 越大越有利于观点+1的传播.相反地,如图6所示,在C₃中, α 越大越有利于观点-1的传播.研究结果说明了在无标度网络上不同的初始观点分布情况对观点的传播是有影

响的,另外在初始观点分布的情况下考虑节点度的非线性作用,可以看到它对观点传播有比较明显的作用.

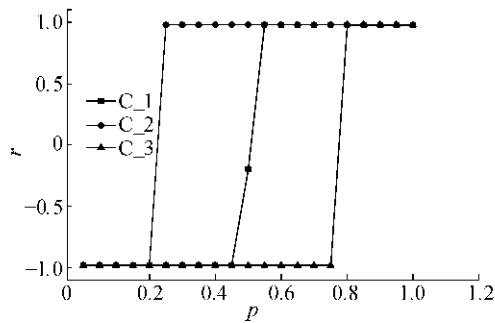


图 4 对应于不同初始观点分布,系统平均观点对参数 p 的变化情况

Fig. 4 The mean opinion as a function of p for different initial distributions for +1 and -1

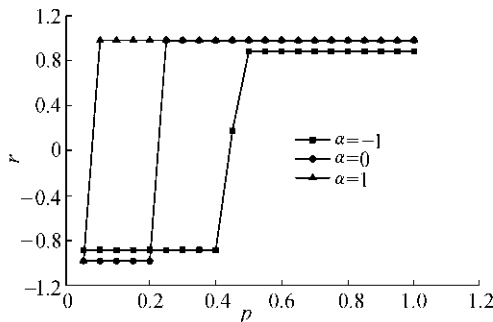


图 5 在 C_2 下,对应于不同参数 α ,系统平均观点对参数 p 的变化情况

Fig. 5 The mean opinion as a function of p for different values of α in the case of C_2

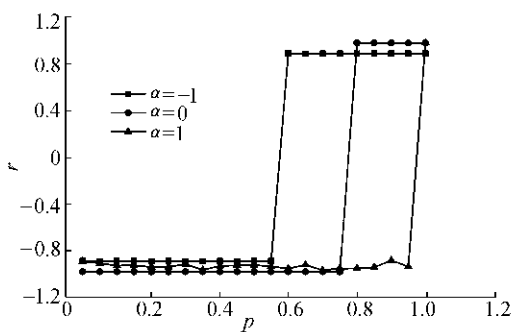


图 6 在 C_3 下,对应于不同参数 α ,系统平均观点对参数 p 的变化情况

Fig. 6 The mean opinion as a function of p for different values of α in the case of C_3

4.2 观点和网络拓扑的共同演化

现实世界中群体内部的大部分个体都表现出不均一性 (inhomogeneity). 在这里,主要考察群体属性的不均一性如何影响基于网络拓扑和观点传播的共同演化动力学行为. 设定在群体中有 2 种属性的个体,个体 A 对自己当前观点持肯定态度,个体 B

对自己当前观点持不肯定态度. 假设这 2 种个体随机均匀地分布在网络的节点上,并且其比例分别为 f 和 $1-f$ (在演化过程中,个体的属性不改变). 初始时刻观点 +1 和 -1 等比例随机地分布在均匀随机网络上 (网络节点 $N=1000$, 平均度 $k=4$). 在共同演化过程中,个体 A 以概率 p 断开与自己不同观点的一个邻居的连接,然后从自己邻居的邻居中选择一个和自己观点相同的个体连接上 (保证网络中边的数目不变), 否则以 $1-p$ 的概率不断开连接,而是采取邻居的观点来更新自己的状态; 个体 B 则总是采取邻居的观点来更新自己的状态. 在这里采用异步更新的规则, 仿真结果对应于 100 次实现取平均, 即 10 次初始网络拓扑实现对应于 10 次不同的初始条件分布. 有趣的是, 可以发现当系统中这 2 种属性的个体都存在, 且比例相差不多时, 系统达到稳态时网络拓扑会表现出异质网络的特征, 即网络的度分布具有幂律的性质, 如图 7 所示. 而在这个演化过程中, 网络会演化为由相互不连接的社团结构 (社团内部个体的观点相同) 组成, 并且群体中大部分个体主要分布在 2 个大的社团内部. 如图 8 所示, 当 f 比较小时, 群体中所有个体的观点最终能够达到一致, 并且都分布在一个社团里面; 而当 f 比较大时, 群体中所有个体的观点最终不能达到一致, 但主要分布在两个大的社团 (社团之间不连接) 里面, 而且社团之间的个体观点不一致^[85-87]. 这些结果在一定程度上揭示了社会中观点传播的一些现象.

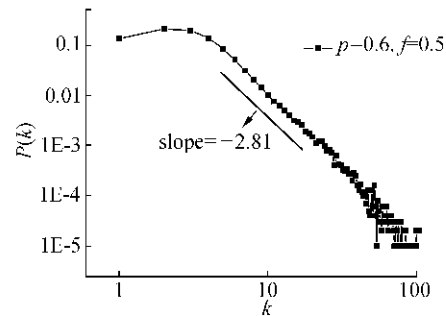
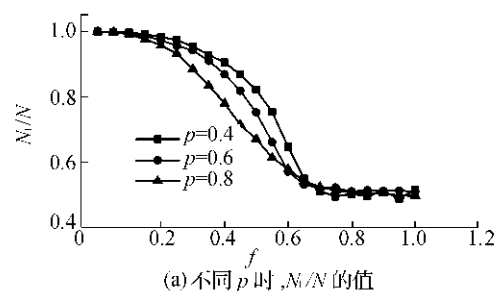


图 7 当 $p=0.6$ 和 $f=0.5$ 时,系统达到稳态时网络的度分布情况

Fig. 7 The degree-distribution of the network in steady state with $p=0.6$ and $f=0.5$



(a) 不同 p 时, N_+/N 的值

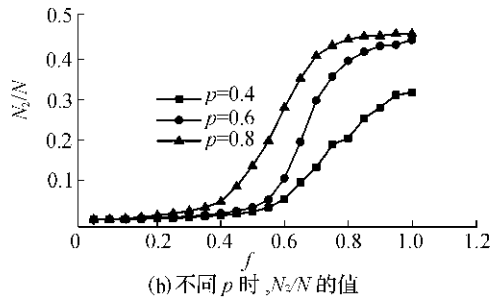


图8 对应于不同的 p 时,图(a)中的 N_1/N 和图(b)中的 N_2/N 对参数 f 的变化情况

Fig. 8 The ratios N_1/N (a), N_2/N (b) as a function of f for different values of p

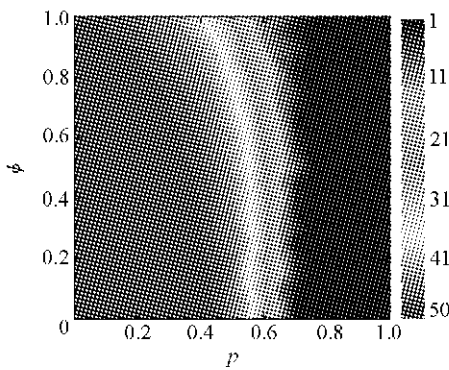


图9 观点数目在参数空间 (p, ϕ) 上的变化情况

Fig. 9 The final number of opinions in the parameter space (p, ϕ)

在图9中,参数取值为 $N=1\ 000, k=10, G=50$. 为了刻画人类社会中多种观点并存的现象,基于偏好多数 (majority-preference, MP) 与回避少数 (minority-avoidance, MA) 2条原则,提出了动态演化网络上的观点动力学模型. 初始时刻,每个个体随机地持有 G 种观点中的一个,并且随机地分布在具有 N 个顶点, M 条边的规则随机网络上. 在每一时间步长,随机选取一个个体,按照 MP 和 MA 规则进行观点更新或调整邻居.

1) MP: 以 p 的概率进行观点更新. 个体 i 接受其邻居中多数个体 (数目最多) 所持的观点;

2) MA: 以 $1-p$ 的概率进行邻居调整. 个体 i 断开一条与持有个体数目最少观点的邻居的边,并以 ϕ 的概率随机重连到与其持有相同观点的邻居的邻居,或以 $1-\phi$ 的概率随机选取除最近邻居之外的个体连上. 重复以上步骤,直到每个个体的观点都与其邻居中最多数观点一致. 称此状态为“一致性”状态. 相关的仿真结果见图9. 可以发现随着 p 值的增加,系统中存在一个从多数观点并存到单一观点状态的相变. 另外,参数 ϕ 也影响着观点多样性,尤其是在相变点附近. 也就是说,若个体倾向于重连到与

自己观点相同的邻居的邻居,最终的观点数目将会减少. 这些结果表明,观点更新和调整邻居的共同演化是维持观点多样性的一种可能的机制. 本文研究的结果对于保护人类独有的一些文化、语言和宗教具有启示意义.

4.3 加权环上命名游戏中的一致性现象

命名游戏为研究词语的形成提供了有效的平台. 命名游戏是一个二人博弈. 二人对同一物体进行命名,双方对命名物体有各自的词汇库. 博弈时,一个为言者 (speaker),另一个为听者 (hearer),每次言者从自己的词汇库中按一定规则选择一个词告知听者,听者作出相应判断并更新自己的词汇库. 命名游戏就是在这样的框架下来研究词语形成的机制. 在这里,建立了比较符合实际的命名游戏模型,并考察了该模型在加权环上的演化情况. 设每个个体对待命名物体都有相同的 2 个词汇,且对这 2 个词汇都有一定的确定性 (用这种确定性来表示个体的状态). 具体地,用 $x_i = (x_{i1}, x_{i2})$ 来表示个体 i 的状态. 式中: x_{i1}, x_{i2} 分别表示个体 i 对词汇 1 和 2 的确定性程度. 初始时刻, n 个个体分布在一个加权环上,并且有一定的初始状态. 在演化过程中,当 i 是听者, j 是言者时, i 与 j 博弈一次: j (此时保持状态不变) 会选择自己确定性程度较大的词告知 i 使之状态发生改变,同时个体 i 也会部分保留自己之前的状态,因此个体 i 之后的状态为

$$\phi_j(x_i(t)) = \mu x_i(t) + (1 - \mu) e_{\text{argmax}\{x_{j1}(t), x_{j2}(t)\}}.$$

式中: $e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)$, 而 $u \in [0, 1]$ 表示个体对当前状态的自信程度 (保留程度), 且当 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = x_i$, 有 $\text{argmax}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = i$. 由于在博弈时,个体 i 会与所有的邻居分别博弈,而且其对邻居的相信程度也不太一致,所以个体 i 下一时刻的最终状态是所有邻居对其博弈作用的加权之和,可以表示为

$$x_i(t+1) = \sum_{j \in N(i)} w_{ji} \phi_j(x_i(t)).$$

式中: $N(i)$ 表示个体 i 的所有邻居, 参数 w_{ji} (网络上节点 j 对节点 i 的连接权值) 表示个体 i 对其邻居 j 的相信程度, 可以用来表示个体 j 对个体 i 状态的影响程度. 在本文的模型中, 当 $u=0$ 时, i 的状态变为 $e_{\text{argmax}\{x_{j1}(t), x_{j2}(t)\}}$, 表示个体 i 完全相信 j , 或 i 没有自信; 而当 $u=1$ 时, i 的状态不发生变化, 表示个体 i 完全自信, 此时演化不能进行. 因此只研究 $u \in [0, 1]$ 的情形, 并且系统采用同步更新规则. 可以证明, 当初始时刻所有个体都对同一个词有更高的确定性且 $u \in [0, 1]$ 时, 则不论个体对其 2 个邻居

的信任程度如何分配,当时间足够长时,所有个体都会对起初那个确定性较高的词有几乎 100% 的确定性,即

$$\forall 1, x_i(t) \rightarrow e_{\arg\max\{x_{1(0)}, x_{2(0)}\}}, t \rightarrow \infty.$$

特别地,当群体中只有 2 个个体时,得到了一个有趣的结论:不论 2 个博弈者初始状态如何,存在 $0 < u^* < 1$ 和 $s \in \{1, 2\}$,使得当 $u^* < u < 1$ 时, $\forall i, x_i(t) \rightarrow e_s, (t) \rightarrow \infty$. 即只要博弈双方对自己足够自信则达成一致是必然的. 但此时为达到一致所需要的时间可能会更长.

为了叙述更一般的结论 ($n > 2$),先引入一个概念:加权环的关键对. 如果 $w_{i,i+1} > w_{i+2,i}$ 且 $w_{i+1,i} > w_{i-1,i}$,则称 $(i, i+1)$ 是加权环的一个关键对. 可以看出,关键对之间有较强的互相学习的倾向. 按照关键对的个数可以将加权环的全体做等价分类,记 B 为没有关键对的加权环的全体, A_1 为只有 1 个关键对的加权环的全体, A_2 为有 2 个或 2 个以上关键对的加权环的全体.

当加权环中 $W \in A_1$,并记 $(i, i+1)$ 为惟一的关键对,记 $a^* = \max_{s \in \{i, i+1\}} \{|x_{s1} - x_{s2}|\}$, $b^* = \min_{s \in \{i, i+1\}} \{|x_{s1} - x_{s2}|\}$, $j = \operatorname{argmin}_{s \in \{i, i+1\}} \{|x_{s1} - x_{s2}|\}$, $\delta = |w_{j-1,j} - w_{j+1,j}|$,若 $a^* \delta > b^*$,则存在 $0 < u^* < 1$ 和 $s \in \{1, 2\}$,使得当 $u > u^*$ 时, $x_i(t) \rightarrow e_s, x_{i+1}(t) \rightarrow e_s, t \rightarrow \infty$,进而可以证明, $x_1(t) \rightarrow e_s, t \rightarrow \infty$.

对于只有一个关键对的加权环,只要关键对能在有限时间内对同一个词有更大的确定性,则系统最终会达到一致. 进一步可以发现,如果 $W \in A_2$,且任意一组关键对都分别满足相应 $a^* \delta > b^*$ 的条件,则群体会有局部一致现象出现,即每个个体都会在有限时间内只对一个词汇有更强的确定性,并且局部相邻个体会对同一词汇有更强的确定性. 这些结果也许能在一定程度上揭示社会生活中方言形成的内在机理.

4.4 社团网络上策略演化的一致性

基于 3.2 中的内容,在这里通过复制动力学来研究群体策略演化的一致性问题. 实际上,群体策略演化的一致性问题在混合均匀的网络上已得到了比较深入的研究^[96],但是在具有其他拓扑结构的网络上,尤其是在具有社团结构的网络上却考虑得比较少. 在这里,研究了具有社团结构的网络上策略演化的一致性问题,重点研究了网络中各个社团状态达到一致的条件. 所谓社团结构,就是内部连接概率大于外部连接概率的一种空间构形. 考虑在一个混合均匀的、无限的人口中,一共有 n 个大小基本相等的社团. 定义矩阵 W 为网络中各社团之间的连接概率

矩阵,矩阵元素 w_{ij} 表示社团 i 中的个体和社团 j 中的个体进行博弈的概率(这种定义类似于文献[97]中的接触概率). 由社团结构的定义,可以得到矩阵需要满足以下几点:

- 1) $\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1, 0 \leq w_{ij} \leq 1$;
- 2) $w_{ij} = w_{ji}$;
- 3) $w_{ii} > w_{ij} (i \neq j)$.

在这里,只考虑 2 种策略(A 和 B)的博弈演化情况,设博弈收益矩阵为

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

式中:参数 a, c 分别表示与策略 A 博弈时, A、B 的收益;参数 b, d 分别表示与策略 B 博弈时, A、B 的收益. 设 x_i 表示第 i 个社团中使用 A 策略个体的比例, y_i 表示使用 B 策略个体的比例,则该系统的状态可以用向量 (x_1, x_2, \dots, x_n) 来表示,且第 i 个社团中的 A 策略和 B 策略的收益分别为

$$f_{A_i} = a \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + b \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j,$$

$$f_{B_i} = c \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + d \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j.$$

相应地,带有社团结构的复制动力学方程可以写成

$$\dot{x}_i = x_i(f_{A_i} - \bar{f}_i),$$

$$\dot{y}_i = y_i(f_{B_i} - \bar{f}_i).$$

式中: $\bar{f}_i = x_i f_{A_i} + y_i f_{B_i}$. 注意到 $x_i + y_i = 1$,因此可以简化为

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i(1-x_i)[(a-b-c+d) \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + (b-d)]. \quad (4)$$

在方程(4)所描述的带有社团结构的系统中,如果所有社团的状态最终都趋于一个相同的值,那么就说明该系统达到了一致.

当 $n=2$ 时,即该系统只包含 2 个社团,可以发现如果收益矩阵中的参数满足 3 个条件 1) $a > c$ 且 $b > d$; 2) $a < c$ 且 $b > d$; 3) $a < c$ 且 $b < d$ 之一时,所有社团最终可以达到一致状态,并且与系统的初始状态和社团之间的连接概率矩阵无关. 而当 $a > c$ 且 $b < d$ 时,系统存在不惟一的吸收态,它们的吸引盆由方程(4)的内部平衡点 (x^*, x^*) 来决定,其中 $x^* = (b-d)/(a-b-c+d)$. 如果系统的初始状态位于吸收态 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 的吸引盆中,那么此时系统仍然可以达到一致;如果系统的初始状态落在吸收态 $(0, 1)$ 或者 $(1, 0)$ 的吸引盆中,那么此时 2 个社团最终达到完全相反的 2 个状态(一个社团内部个

体全为 A,另一个则全为 B). 在有些情况下,状态 (0,1)和(1,0)可能不是吸收态,那么此时系统最终也可以达到一致. 如图 10 所示,描述当 $a > c$ 且 $b < d$ 时系统的相图(其中参数 $a=5, b=0, c=3, d=1, w_{11}=0.7$,横、纵坐标分别表示在社团 1、2 中策略 A 的使用者所占的比例),可以清晰地观察到系统在 4 个吸收态都存在时的动力学行为.

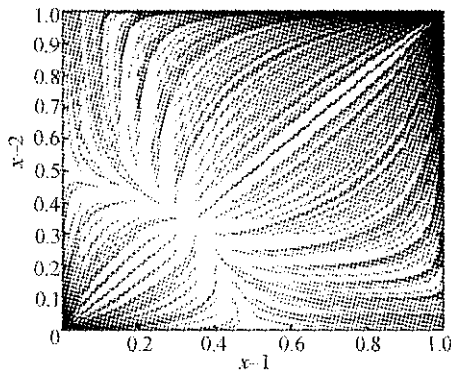


图 10 系统在 $a > c$ 且 $b < d$ 时的一种可能的相图
Fig. 10 A possible phase diagram in the case of $a > c$ and $b < d$

当 $n > 2$ 时,即该系统中包含多个社团的时候,在条件 $a > c$ 且 $b > d$ (或者 $a < c$ 且 $b < d$) 下,系统最终可以达到一致,并且仍与系统的初始状态和社团之间的连接概率矩阵无关;在条件 $a < c$ 且 $b < d$ 下,如果社团之间的连接概率矩阵是正定矩阵,则系统中所有社团的状态也不受系统初始状态的影响,最终可以达到一致(如图 11 所示,其中参数 $a=-1, b=2, c=0, d=1, n=6$,系统的初始状态为 (0.15, 0.25, 0.45, 0.99, 0.02, 0.4),所用连接概率矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} 0.80 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0 \\ 0.05 & 0.30 & 0.20 & 0.20 & 0.10 & 0.15 \\ 0.05 & 0.20 & 0.40 & 0.30 & 0 & 0.05 \\ 0.05 & 0.20 & 0.30 & 0.35 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.10 & 0 & 0.05 & 0.60 & 0.20 \\ 0 & 0.15 & 0.05 & 0.05 & 0.20 & 0.55 \end{bmatrix}$$

在 $a > c$ 且 $b < d$ 条件下,不存在稳定的内部平衡点,因此系统最终只能收敛到边界平衡点. 而且只有当整个群体全为策略 A 或者全为策略 B 时,系统才能达到一致状态. 但是这种情况极为复杂,将继续深入研究.

5 结论与展望

本文主要论述了近年来复杂网络上观点动力学的研究现状和最新进展,并指出了观点动力学与其它问题的联系,如语言游戏、一致性问题、同步问题

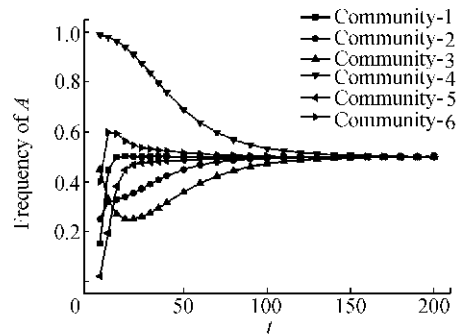


图 11 系统在 $a < c$ 且 $b > d$ 条件下可以达到一致
Fig. 11 The system can reach consensus in the case of $a < c$ and $b > d$

等. 观点动力学可作为复杂性科学研究的一个可行的切入点,可用于研究社会经济系统中群体决策、一致性、行为涌现等有趣现象,并可帮助人们深入理解复杂系统中的自组织现象与涌现行为. 尽管观点动力学中的模型比较简单,但其表现出的动力学行为却十分丰富,能用于定量地解释人类社会中道德体系(moral system)、价值取向(value system)、社会范式(social norm)、流行趋势(social trend)等形成的内在机理,同时也能解释现代社会中多元文化并存的现象(如,多个宗教、多种语言、多种文化、不同观点派别同时存在等现象). 随着网络技术的发展,网络化生活给人们带来了极大便利,同时也促进了人类不同文化、不同观点的交流和融合. 借助于网络,人们可以方便地寻找与自己持相同观点的个人或社团(opinion-seeking behavior). 同时复杂网络上观点动力学的研究也将会在电子商务(Web 2.0 时代的商品推广与营销)、金融市场、行为科学(behavioral science)、决策系统等研究领域具有广泛的应用前景,复杂网络上的观点动力学将会是复杂系统研究的又一个热点方向.

当前,复杂网络上的观点动力学研究所采用的模型比较简单,为了更好地反映现实,可以对个体作更多符合现实的假设,如具有记忆、学习适应等能力. 个体不断地从所处的社会关系环境中获得信息,在此基础之上不断地对自己的观点进行调整^[98]. 因此,强化学习等理论可融入到观点动力学模型之中,使之成为一个复杂自适应系统(complex adaptive system),这样能更好地反映人类社会中观点的形成和演化特征. 另外,博弈论框架下观点动力学的研究工作还处于探索阶段. 事实上,博弈论和复杂网络相结合可以很有效地描述观点决策中的群体行为,这将是一个很有发展前景的研究方向^[99]. 在社会学、经济学中研究的社会创新(social innovation)

的传播问题,可以和观点动力学有效结合起来,用来考察新观点、新技术、新标准在人类社会中的传播行为。最后,观点动力学和复杂网络的共同演化将是一个很有趣很值得探索的研究方向。针对这个问题,建立合理的模型,可以刻画不同观点的共存和具有不同观点的社团共存等现象,能更好地说明观点多样性存在的内在机理。总之,复杂网络上群体决策的研究将会促进复杂性科学的蓬勃发展,同时也具有广泛的应用前景。最重要地,群体决策的研究,将会促进不同学科的交叉与融合,能更有效地解决复杂性科学中的一些公开难题^[100]。

参考文献:

- [1] STAUFFER D. Opinion dynamics and sociophysics [EB/OL]. [2007-05-07]. <http://arxiv.org/abs/0705.0891v1>.
- [2] STAUFFER D. Sociophysics simulations II; opinion dynamics [C]// AIP Conference Proceedings, Granada, Spain, 2005, 779; 56-68.
- [3] STAUFFER D, De OLIVEIRA S, De OLIVEIRA PMC, et al. Biology, sociology, geology by computational physicists [M]. Amsterdam; Elsevier, 2006.
- [4] BILLARI FC, FENT T, PRSKAWETZ A, et al. Agent-based computational modeling [M]. Heidelberg; Physica-Verlag, 2006.
- [5] JAIN S, MUKAND S. Public opinion and the dynamics of reform [C]// Sixth Jacques Polak Annual Research Conference Hosted by the International Monetary Fund Washington. Washington, USA, 2005.
- [6] VALLACHER R R, NOWAK A, MILLER M E. Social influence and group dynamics [M]. New York; Wiley, 2003.
- [7] BALDASSARRI D, BEARMAN P. Dynamics of political polarization [J]. American Sociological Review, 2007, 72(5); 784-811.
- [8] BLUME L, DURLAUF S. The economy as an evolving complex system III [M]. Oxford; Oxford University Press, 2004.
- [9] KRAWIECKI A, HOLYST J A, HELBING D. Volatility clustering and scaling for financial time series due to attractor bubbling [J]. Phys Rev Lett, 2002, 89(15); 158701.
- [10] HERRERA-VIEDMA E, MARTINEZ L, MATA F, et al. A consensus support system model for group decision-making problems with multigranular linguistic preference relations [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2005, 13(5); 644-658.
- [11] HUMMEL R, MEMBER, MANEVITZ L. A statistical approach to the representation of uncertainty in beliefs using spread of opinions [J]. IEEE Transactions on System, Man, Cybernetics-part A; System and Humans, 1996, 26(3); 378-384.
- [12] LEE H S. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making environment [C]// IEEE International Fuzzy Systems Conference, Melbourne, Australia, 2001; 172-175.
- [13] LEE H S. An optimal aggregation method for fuzzy opinion of group decision [C]// IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Tokyo, 1999; 314-319.
- [14] KAIZOJI T, SUZUDO T. Evolutionary model of opinion formation [C]// ICCIMA Proceedings of the Fourth International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications. Yokusika, Japan, 2001; 39.
- [15] RAMIREZ-CANO D, PITT J. Follow the leader; Profiling Agents in an opinion formation model of dynamic confidence and individual mind-sets [C]// Proceedings of the IEEE/WIC/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology. Hong Kong, China, 2006; 660-667.
- [16] LEVY W B, DELIC H. Maximum entropy aggregation of individual opinions [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1994, 24(4); 606-613.
- [17] GREENSTEIN S. Contrasting opinions about convergence [J]. IEEE Micro Economics, 1997, 17(5); 7-8.
- [18] ONO K, HARAO M, HIRATA K. Multi-Agent based modeling and simulation of consensus formations in arguments [C]// IEEE Proceedings of the Third International Conference on Information Technology and Applications, Sydney, Australia, 2005; 264-267.
- [19] LAN J B, XU Y, LIU J Z. Multiple attributes group decision making under fuzzy environment [C]// IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics. [S. l.], 2003; 4986-4991.
- [20] HSIAO W F, LIN H H, CHANG T M. Value-based consensus measure on verbal opinions [C]// Proceedings of the 38th Hawaii International Conference on System Science, Hawaii, USA, 2005; 1-6.
- [21] MANTEGNA R N, STANLEY H E. An introduction to Econophysics; correlations and complexity in finance [M]. Cambridge, England; Cambridge University Press, 1999.
- [22] DEFFUANT G, AMBLARD F, WEISBUCH G, et al. How can extremism prevail? a study based on the rela-

- tive agreement interaction model [J]. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 2002, 5(4):1-10.
- [23] HEGSELMANN R. Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation [J]. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 2002, 5(3):55-62.
- [24] AIKENS G S, CANDIDATE D. The democratization of systems of public opinion formation [EB/OL]. [2007-03-20] <http://ieeexplore.ieee.org/iel3/3818/11162/00540433.pdf?arnumber=540433>.
- [25] KNOTZER N, MADLBERGER M. Consumers' interest in personalized recommendations; the role of product-involvement and opinion seeking [C]// *Proceedings of the 40th Hawaii International Conference on System Science*. Hawaii, USA, 2007; 168-173.
- [26] STROGATZ S H. Exploring complex networks [J]. *Nature*, 2001, 410; 268-276.
- [27] ALBERT R, BARABASI A L. Statistical mechanics of complex networks [J]. *Rev Mod Phys*, 2002, 74(1): 47-97.
- [28] WANG X F, CHEN G R. Complex networks; small-world, scale-free and beyond [J]. *IEEE Cir Sys Mag*, 2003, 3(1); 6-20.
- [29] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks [J]. *SIAM Review*, 2003, 45(2); 167-256.
- [30] BOCCALETTI S, LATORA V, MORENO Y, et al. Complex networks; structure and dynamics [J]. *Physics Reports*, 2006, 424; 175-308.
- [31] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks [J]. *Nature*, 1998, 393; 440-442.
- [32] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. *Science*, 1999, 286; 509-512.
- [33] NOWAK M A, PLOTKIN J B, KRAKAUER D C. The evolutionary language game [J]. *J Theo Biol*, 1999, 200; 147-162.
- [34] NOWAK M A, KOMAROVA N L, NIYOGI P. Computational and evolutionary aspects of language [J]. *Nature*, 2002, 417; 611-617.
- [35] NOWAK M A. *Evolutionary dynamics* [M]. Cambridge, Massachusetts; Harvard University Press, 2006.
- [36] NOWAK M A, KRAKAUER D C. The evolution of language [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1999, 96; 8028-8033.
- [37] NOWAK M A, KOMAROVA N L. Towards an evolutionary theory of language [J]. *Trends in Cognitive Sciences*, 2001, 5(7); 288-295.
- [38] LENAERTS T, JANSEN B, TUYLS K, et al. The evolutionary language game; an orthogonal approach [J]. *J Theo Biol*, 2005, 235; 566-582.
- [39] VYLDER B D, TUYLS K. How to reach linguistic consensus; a proof of convergence for the naming game [J]. *J Theo Biol*, 2006, 242; 818-831.
- [40] DALL' L, BARONCHELLI A. Microscopic activity patterns in the naming game [J]. *J Phys A: Math Gen*, 2006, 39; 14851-14867.
- [41] DALL'ASTA L, BARONCHELLI A. Nonequilibrium dynamics of language games on complex networks [J]. *Phys Rev E*, 2006, 74; 036105.
- [42] BARONCHELLI A, DALL'ASTA L, BARRAT A, et al. Topology-induced coarsening in language games [J]. *Phys Rev E*, 2006, 73; 015102.
- [43] DALL'ASTA L, BARONCHELLI A, BARRAT A, et al. Agreement dynamics on small-world networks [J]. *Europhys Lett*, 2006, 73(6); 969-975.
- [44] BARONCHELLI A, FELICI M, LORETO V, et al. Sharp transition towards shared vocabularies in multi-agent systems [J]. *J Stat Mech*, 2006, 6; 06014.
- [45] TANG C L, LIN B Y, WANG W X, et al. Role of connectivity-induced weighted words in language games [J]. *Phys Rev E*, 2007, 75; 027101.
- [46] LIN B Y, REN J, YANG H J, et al. Naming game on small-world networks; the role of clustering structure [EB/OL]. [2006-10-15]. <http://arxiv.org/abs/physics/0607001v2>.
- [47] LU Q, KORNISS G, SZYMANSKI B K. Dynamics of naming games in random geometric networks [EB/OL]. [2007-05-07]. <http://arxiv.org/abs/cs/0604075>.
- [48] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-Agent systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1); 215-233.
- [49] REN W, BEARD R W, ATKINS E M. Information consensus in multivehicle cooperative control [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2007, 27(2); 71-82.
- [50] ACEBRON J, BONILLA L L, PEREZ C J, et al. The Kuramoto model; a simple paradigm for synchronization phenomena [J]. *Rev Mod Phys*, 2005, 77; 137-185.
- [51] STROGATZ S H. From kuramoto to crawford; exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators [J]. *Physica D*, 2000, 143; 1-20.

- [52] STROGATZ S H. *Sync; the emerging science of spontaneous order* [M]. New York: Hyperion Press, 2003.
- [53] KURAMOTO Y. *Chemical oscillations, waves, and turbulence* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1984.
- [54] BARTOLOZZI M, LEINWEBER D B, THOMAS A W. Stochastic opinion formation in scale-free networks [J]. *Phys Rev E*, 2005, 72; 046113.
- [55] JUNG W S, MOON H T, STANLEY H E. Dynamics of clustered opinions in complex networks [EB/OL]. [2007-08-03]. <http://arxiv.org/abs/physics/0702108>.
- [56] GLAUBER R. Time-dependent statistics of the Ising model [J]. *Math Phys*, 1963, 4; 294-307.
- [57] SZNAJD-WERON K. Dynamical model of Ising spins [J]. *Phys Rev E*, 2004, 70; 037104.
- [58] GALAM S. Rational group decision making; a random field Ising model at $T=0$ [J]. *Physica A*, 1997, 238; 66-80.
- [59] KWAK W, YANG J S, SOHN J I, et al. Critical behavior of the majority voter model is independent of transition rates [J]. *Phys Rev E*, 2007, 75; 061110.
- [60] SOOD V, REDNER S. Voter model on heterogeneous graphs [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94; 178701.
- [61] MOBILIA M, PETERSEN A, REDNER S. On the role of zealotry in the voter model [J]. *J Stat Mech*, 2007, 8; 08029.
- [62] CHEN P, REDNER S. Majority rule dynamics in finite dimensions [J]. *Phys Rev E*, 2005, 71; 036101.
- [63] LAMBIOTTE R, AUSLOOS M, HOLYST J A. Majority model on a network with communities [J]. *Phys Rev E*, 2007, 75; 030101.
- [64] KRAPIVSKY P L, REDNER S. Dynamics of majority rule in two-state interacting spin systems [J]. *Phys Rev Lett*, 2003, 90(23); 238701.
- [65] GABBAY M. The effects of nonlinear interactions and network structure in small group opinion dynamics [J]. *Physica A*, 2007, 373; 118-126.
- [66] LIGGETT T M. *Stochastic interaction systems; contact, voter, and exclusion processes* [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [67] KRAPIVSKY P L. Kinetics of monomer-monomer surface catalytic reactions [J]. *Phys Rev A*, 1992, 45; 1067-1072.
- [68] SUCHECKI K, HOLYST J A. Voter model on Sierpinski fractals [J]. *Physica A*, 2006, 362; 338-344.
- [69] CASTELLANO C, VILONE D, VESPIGNANI A. Incomplete ordering of the voter model on small-world networks [J]. *Europhys Lett*, 2003, 63; 153-158.
- [70] SUCHECKI K, EGUILUZ V M, MIGUEL M S. Conservation laws for the voter model in complex networks [J]. *Europhys Lett*, 2005, 69; 228-234.
- [71] LI P P, ZHENG D F, HUI P M. Dynamics of opinion formation in a small-world network [J]. *Phys Rev E*, 2006, 73; 056128.
- [72] LAMBIOTTE R. How does degree heterogeneity affect an order-disorder transition [J]. *Europhys Lett*, 2007, 78; 68002.
- [73] LAMBIOTTE R, AUSLOOS M. Coexistence of opposite opinions in a network with communities [J]. *J Stat Mech*, 2007, 8; 08026.
- [74] SOUSA A O. Bounded confidence model on a still growing scale-free network [EB/OL]. [2005-01-19]. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0406766v2>.
- [75] DEFFUANT G, NEAU D, AMBLARD F, et al. Mixing beliefs among interacting agents [J]. *Adv Complex Syst*, 2000(3); 87-98.
- [76] FORTUNATO S. Damage spreading and opinion dynamics on scale-free networks [J]. *Physica A*, 2005, 348; 683-690.
- [77] LORENZ J. Continuous opinion dynamics of multidimensional allocation problems under bounded confidence; More dimensions lead to better chances for consensus [EB/OL]. [2007-08-21]. <http://acseg.univ-mrs.fr/document/Lorenzpapier.pdf>.
- [78] GALAM S. Social paradoxes of majority rule voting and renormalization group [J]. *J Stat Phys*, 1990, 61; 943-951.
- [79] GALAM S. Heterogeneous beliefs, segregation, and extremism in the making of public opinions [J]. *Phys Rev E*, 2005, 71; 046123.
- [80] GALAM S. Contrarian deterministic effects on opinion dynamics; the hung elections scenario [J]. *Physica A*, 2004, 333; 453-460.
- [81] GALAM S, BORGHESI C. Chaotic, staggered, and polarized dynamics in opinion forming; the contrarian effect [J]. *Phys Rev E*, 2006, 73; 066118.
- [82] GUZMAN-VARGAS L, HERNANDEZ-PEREZ R. Small-world topology and memory effects on decision time in opinion dynamics [J]. *Physica A*, 2006, 372; 326-332.
- [83] GEKLE S, PELITI L, GALAM S. Opinion dynamics in a three-choice system [J]. *Euro Phys J B*, 2005, 45; 569-575.
- [84] STAUFFER D, SAHIMI M. Can a few fanatics influence the opinion of a large segment of a society [J]. *Euro Phys J B*, 2007, 57; 147-152.
- [85] PETTER H, NEWMAN M E J. Nonequilibrium phase

- transition in the coevolution of networks and opinions [J]. *Phys Rev E*, 2006, 74: 056108.
- [86] GIL S, ZANETTE D H. Coevolution of Agent and networks; opinion spreading and community disconnection [J]. *Phys Lett A*, 2006, 356: 89-94.
- [87] ZANETTE D H, GIL S. Opinion spreading and Agent segregation on evolving networks [J]. *Physica D*, 2006, 224: 156-165.
- [88] ROSVALL M, SNEPPEN K. Modeling self-organization of communication and topology in social networks [J]. *Phys Rev E*, 2006, 74: 016108.
- [89] VAZQUEZ F, GONZALEZ-AVELLA J C, EGUILUZ V M, et al. Time-scale competition leading to fragmentation and recombination transitions in the coevolution of network and states [J]. *Phys Rev E*, 2007, 76: 046120.
- [90] KOZMA B, BARRAT A. Consensus formation on adaptive networks [J]. *Phys Rev E*, 2007, 77: 016102.
- [91] BENCZIK I J, BENCZIK S Z, SCHMITTMANN B, et al. Lack of consensus in social systems [EB/OL]. [2007-09-25]. <http://arxiv.org/abs/0709.4042v1>.
- [92] VAZQUEZ F, EGUILUZ V M, MIGUEL M S. Generic absorbing transition in coevolution dynamics [EB/OL]. [2007-10-25]. <http://arxiv.org/abs/0710.4910v1>.
- [93] NARDINI C, KOZMA B, BARRAT A. Who's talking first? Consensus of lack thereof in coevolving opinion formation models [EB/OL]. [2007-11-08]. <http://arxiv.org/abs/0711.1261v1>.
- [94] CASTELLANO C, FORTUNATO S, LORETO V. Statistical physics of social dynamics [EB/OL]. [2007-10-17]. <http://arxiv.org/abs/0710.3256v1>.
- [95] VICSEK T, CZIROK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. *Phys Rev Lett*, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [96] HOFBAUER J, SIGMUND K. *Evolutionary games and population dynamics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [97] TAYLOR C, NOWAK M A. Evolutionary game dynamics with non-uniform interaction rates [J]. *J Theo Bio*, 2006, 69: 243-252.
- [98] HOLYST J A, KACPERSKY K, SCHWEITZER F. Social impact models of opinion dynamics [J]. *Annual Reviews of Computational Physics IX*, 2001(1): 253-273.
- [99] MARE A D, LATORA V. Opinion formation models based on game theory [EB/OL]. [2006-09-14]. <http://arxiv.org/abs/physics/0609127v1>.

- [100] BARABASI A L. Taming complexity [J]. *Nature physics*, 2005(1): 68-70.

作者简介:



王龙,男,1964年生,教授、博士生导师、长江学者,主要研究方向为复杂系统智能控制、多机器人系统的协调与控制、网络化控制系统的分析与综合、集群行为与集群智能、演化博弈与群体决策等,特别是在参数摄动系统、离散事件系统、混合集成系统的分析与控制方面,作出了突出贡献,取得了一系列具有国际水平的重要成就。是国家教委跨世纪人才基金、国家杰出青年科学基金、日本学术振兴基金获得者。其研究成果被国内外广泛引用,并获得国家教委霍英东奖(研究类一等奖)、国家自然科学基金、国家教委科技进步奖(一等奖)、第一届 Ho Outstanding Paper Award、第一届关肇直控制理论奖等多项奖励。王龙教授目前担任国家自然科学基金委员会信息科学部评审委员、武汉大学兼职教授、美国数学会会员、美国《Mathematical Reviews》评论员、国际自动控制联合会网络系统技术委员会成员、《自然科学进展》、《智能系统学报》、《自动化学报》、《控制理论与应用》、《动力学与控制学报》、《控制与决策》、《信息与控制》、《北京大学学报》、Elsevier Journal of Applied Mathematics and Computation、International Journal of Computer Systems、Journal of Control Theory and Ap、Journal of Applicable Functional Differential Equations 编委、中国科学院系统复杂性研究中心学术委员会副主任、《数学辞海》自动控制卷编委、北京大学系统与控制研究中心主任、智能控制实验室主任、北京大学先进技术研究院空天智能系统研究中心主任、国家湍流与复杂系统重点实验室副主任、中国自动化学会理事、中国人工智能学会理事、中国人工智能学会空天智能系统专业委员会副主任、国家出国留学基金评审专家等。



伏锋,男,1981年生,博士研究生,主要研究方向为实证网络分析、网络建模、复杂网络上的演化博弈动力学和观点动力学等。



陈小杰,男,1982年生,博士研究生,主要研究方向为网络建模、复杂网络上的演化博弈动力学和观点动力学等。