计算气动声学
四. 结构振动和噪声耦合

黄迅
特聘研究员

力学与空天技术系
工学院
北京大学

www.coe.pku.edu.cn/faculty/huangxun

理论发展概要

- 结构噪声是飞行器、水下航行器等设计中的一个重要问题；
- 涉及到流体和固体的耦合，结构振动和气动噪声的耦合；
- 气动噪声计算所得到声压脉动一般做为源；
- 为了使得本讲座更为完整，此处简单概括结构中相关理论和公式［1］。

［1］Howe, M. S., “Acoustics of Fluid-Structure Interactions”, Cambridge Press 1998.

弹性固体运动方程

Navier's equation：

$$
\begin{aligned}
\rho_s \partial^2 u_i/\partial t^2 &= \partial\tau_{ij}/\partial x_j + F_i, \\
\tau_{ij} &= 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{ij}\delta_{ij}, \\
\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i).
\end{aligned} \tag{1}
$$

δ_{ij} Kronecker符号，ρ_s 固体密度，u_i和F_i分别为固体在 i轴振动幅度和受力。且

$$\lambda = \sigma E/(1+\sigma)(1-2\sigma), \mu = E/2(1+\sigma). \tag{2}$$

E为杨氏模量，σ泊松比。此外，当振动的特征波长远大于对应固体结构特征尺度时，有一系列简化方程如下。

膜振动方程

描述膜的振动的方程为

$$\mathrm{m}\partial^2\xi/\partial \mathrm{t}^2 - \tau\nabla^2\xi = -[\mathrm{p}] + \mathrm{F}_2. \tag{3}$$

m为ρ_{s}h, h膜厚度，ξ局部微小振动幅度，∇^2 为爱因斯坦记法中的固体表面坐标系对应的两项，[p]为由于流体负载和声压造成的膜两面压力差，F_2体力。此外，边界条件为

$$\xi = 0, \tau\partial\xi/\mathrm{n} = \mathrm{f}. \tag{4}$$

板振动方程

薄板上的Bending waves也可由下式描述，

$$m\partial^2\xi/\partial t^2 + B\nabla^4\xi = -[p] + F_2. \tag{5}$$

此处$\nabla^4 = \nabla^2\nabla^2$, B bending stiffness,

$$B = Eh^3/12(1-\sigma^2). \tag{6}$$

简化的边界条件可以为

$$\xi = 0, \tau\partial^2\xi/x_1^2 = 0. \tag{7}$$

板振动方程-Mindlin's equation

前述简化公式当频率ω增高时不再适用（即$\omega h/c_2 > 1,\ c_2 = \sqrt{\frac{E}{2\rho_s(1+\sigma)}}$）。

Mindlin's equation描述高频情况下的薄板上的Bending waves，

$$m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} + B(\nabla^2 - \frac{1}{\mu_* c_2^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})(\nabla^2 - \frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})\xi$$
$$= [1 - \frac{h^2}{6\mu_*(1-\sigma)}(\nabla^2 - \frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})](-[p] + F_2). \quad (8)$$

其中$\mu_* = \pi^2/12$. $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho_s(1-\sigma^2)}}$.