2018年11月

郭永怀先生牺牲 50 周年纪念专刊

奇异摄动在层流预混火焰理论研究中的应用

陈正2)

(北京大学工学院,湍流与复杂系统国家重点实验室,北京100871)

摘要 奇异摄动被广泛应用于求取力学问题的近似解. 一个典型问题就是流体力学中的边界层. 郭永怀先生 曾发展了适用于平板黏性流动边界层问题的奇异摄动理论. 类似于流体力学中的边界层, 燃烧研究中的层流 预混火焰也可以通过奇异摄动理论进行分析, 在燃烧研究中通常称其为大活化能渐近分析. 本文介绍了大活 化能渐近分析在一维平面预混火焰和球形传播火焰中的应用及相关研究进展. 首先介绍了预混火焰结构及其 涉及的不同特征尺度, 分析了大活化能条件下出现的特征尺度分离, 并给出了关于平面预混火焰大活化能渐 近分析的详细推导, 讨论了热辐射对火焰传播的影响; 然后介绍了大活化能渐近分析在点火与球形传播火焰 方面的应用, 指出了只有能够同时描述点火与球形火焰传播的理论才能准确地预测临界点火条件, 并讨论了 考虑链式反应的点火与火焰传播理论, 分析了热辐射对球形火焰传播的影响, 给了关于火焰稳定性理论研究 的发展趋势. 最后, 基于当前研究进展对未来的研究方向进行了展望, 其中涉及多步化学反应、低温冷火焰、 复杂流动、辐射重吸收等.

关键词 奇异摄动, 层流预混火焰, 点火, 球形传播火焰, 大活化能渐近分析

中图分类号: O354.7 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-18-243

APPLICATION OF SINGULAR PERTURBATION IN THE ANALYSIS OF LAMINAR PREMIXED FLAMES¹⁾

Chen Zheng²⁾

(State Key Laboratory of Turbulence and Complicated System, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract Singular perturbation is widely used to obtain the approximate solutions for mechanical problems. A typical problem is the boundary layer in fluid mechanics. Yung-Huai Kuo has developed the singular perturbation theory for the boundary layer over a plate. Similar to the boundary layer in fluid mechanics, the laminar premixed flame in combustion can also be analyzed by the singular perturbation method, which is usually called as the large-activation-energy asymptotics. The laminar premixed flame structure consists of the preheat zone, reaction zone, and equilibrium zone. Under the limit of the large activation energy, the chemical reaction rate is very sensitive to the temperature and thereby chemical reaction only occurs in the very thin reaction zone. The ratio between the reaction zone thickness and the preheat zone thickness is a small parameter, based on which the asymptotic analysis can be conducted for a laminar premixed flame. This paper reviews the application and progress of the large-activation-energy asymptotic analysis in the one-dimensional planar premixed flame and spherically propagating flame. First, the structure of the premixed flame and its different characteristic length scales are introduced. The length scale separation due to large activation energy is analyzed.

2018-07-23 收稿, 2018-10-17 录用, 2018-10-18 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (91741126, 91541204, 51322602).

2) 陈正, 研究员, 主要研究方向: 燃烧火焰动力学. E-mail: cz@pku.edu.cn

引用格式: 陈正. 奇异摄动在层流预混火焰理论研究中的应用. 力学学报, 2018, 50(6): 1418-1435

Chen Zheng. Application of singular perturbation in the analysis of laminar premixed flames. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(6): 1418-1435

detailed derivation of the large-activation-energy asymptotic analysis of a planar premixed flame is presented. The analytical solutions for the preheat zone, reaction zone, and equilibrium zone are first sepratedly obtained and then matched aound the interfaces among these three zones. The effects of radiation heat loss on premixed planar flames are discussed. Then, the application of the large-activation-energy asymptotic analysis to the ignition and spherically propagating flame is introduced. It is pointed out that in order to accurately predict the critical ignition conditions, the theory should be able to describe both the ignition kernel development and the spherical flame propagation afterwards. The ignition and flame propagation theory considering chain reactions is discussed, and the trend of theoretical research on flame instability is described. Moreover, the effects of radiation heat loss on spherical flame propagation are discussed. Finally, the future research directions are prospected based on the current research progress, which includes multi-step chemistry, low-temperature cool flame, complicated flow and radiation reabsorption.

Key words singular perturbation, laminar premixed flame, ignition, spherically propagating flame, large-activationenergy asymptotics

引 言

奇异摄动被广泛应用于求解力学问题的近似解. 郭永怀对于奇异摄动理论的发展做出了杰出的贡献, 他在 1953 年把 Poincare-Lighthill 方法推广应用于平 板黏性流动的边界层问题^[1].该方法被钱学森称为 PLK 方法 (Poincare-Lighthill-Kuo method)^[2].

奇异摄动理论是在研究物理问题时产生的,一 个典型的问题就是流体力学中大雷诺数下的黏性绕 流^[3]. Prandtl 首先在研究这类流动的过程中提出了 边界层的概念.边界层是黏性流动中固体壁面附近 黏性起主导作用的薄流体层.为了获得大雷诺数情 况下 Navier-Stokes 方程的近似解,在边界层外可以求 解欧拉方程,而在边界层内则需要求解简化 Navier-Stokes 方程而得到的 Prandtl 边界层方程.在对该问 题进行奇异摄动理论分析时,需要采用大雷诺数假 设.该假设导致边界层厚度远小于流向尺度,这两个 长度的比值是一个小量,基于该小量可以对相关物 理量做渐近展开.

燃烧中的层流预混火焰与流体力学中的边界层 问题有着一定的相似之处,也可以采用奇异摄动理 论进行分析.在层流预混火焰中,化学反应的活化 能很大.由于化学反应对温度非常敏感,只有在温度 很接近于绝热燃烧温度时才会有显著化学反应发生. 这导致反应区的厚度远小于预热区的厚度.在大活 化能假设下,由于反应区厚度与预热区厚度的比值 跟活化能成反比,这两个厚度的比值是一个小量,基 于该小量则可以做渐近展开.在层流预混火焰中,活 化能的无量纲数为 Zel'dovich 数,这与流体中的雷诺 数相对应.层流预混火焰中,反应区厚度和预热区厚 度的比值跟 Zel'dovich 数成反比. 这对应于层流边界 层问题中,边界层厚度与流向尺度的比值反比于雷 诺数的平方根. 因此,对层流预混火焰,在大活化能 假设下 (即 Zel'dovich 数很大)可以采用奇异摄动方 法进行求解. 在燃烧研究中,该方法被称为大活化能 渐近分析 (large activation energy asymptotics).

大活化能渐近分析在 20 世纪 30 年代首先被前 苏联科学家 Zel'dovich 和 Frank-Kammenetskii^[4-5]应 用于预混火焰的理论分析. 但直到 70 年代,西方学 者才了解他们的工作. 在 70 年代初, Bush 与其他学 者^[6-9]开始将大活化能渐近理论分析应用于简单火 焰的理论研究. 随后,该方法在燃烧理论研究中获得 了广泛的应用^[10-13],使得燃烧理论在 20 世纪八九 十年代得到了迅速发展.

本文将介绍大活化能渐近分析在一维平面预混 火焰和球形传播火焰中的应用及相关研究进展.

1一维平面预混火焰

1.1 预混火焰结构及特征尺度

首先考虑一维平面绝热预混火焰.火焰在预混 气体中传播时,反应区释放出的热量不断向未燃预 混气体传递从而加热预混气体,同时未燃预混气体 不断扩散进入化学反应区,从而维持化学反应持续 进行.为了简化分析,通常将坐标系建立在火焰面 上.在该坐标系中,火焰面是静止的,未燃预混气体 以一定的流速流向火焰面.该流速被称为层流火焰 速度,通常用 *S*_u 来表示.层流火焰速度的严格定义 为平面、未拉伸、绝热、预混火焰相对于未燃烧混合 物传播的速度^[12].层流火焰速度是预混燃气的基本 性质,它是预混燃气扩散特性、化学反应特性及放 热特性的综合体现. 层流火焰速度可以被用来表征 多种预混燃烧现象,如火焰驻定、熄火、回火、吹熄 等^[12]. 对平面预混火焰开展理论分析的主要目标就 是获得层流火焰速度的解析表达式.

图 1 为包含不同层次信息的预混火焰结构示意 图 ^[12],其中 T和 Y分别表示温度和不足组分(贫燃 料时为燃料,富燃料时为氧气)的质量百分数.下标 u 和 b 分别代表未燃预混气体和燃烧产物.在火焰面 模型中(图 1(a)),火焰被看作是一个分隔未燃预混 气体和燃烧产物的分界面,在火焰面处 T和 Y均不 连续.该模型不考虑火焰面附近的扩散和化学反应, 其控制方程为欧拉型方程,即只有非稳态项和对流 项.在反应面模型中(图 1(b)),火焰被看作是厚度为 $\delta_{\rm T}$ 的预热区和厚度为零的反应面的组合.在预热区 中存在温度梯度和组分浓度梯度,因此需要考虑扩 散过程:由于热传导,预混气体温度逐渐上升;由于 质量扩散,燃料和氧化剂的质量百分数逐渐下降.



反应区厚度为零, 被看作是一个热源 (燃料燃烧释放 热量) 和质汇 (燃烧消耗燃料). 在反应面前后, T 和 Y 是连续的, 但其一阶导数不连续. 该模型不考虑化 学反应, 其控制方程包括非稳态项、对流项及扩散 项. 在考虑反应区详细结构时 (图 1(c)), 火焰被看作 是厚度为 $\delta_{\rm T}$ 的预热区和厚度为 $\delta_{\rm R}$ 的反应区的组合. 由于化学反应的活化能很高,反应区的厚度远远低 于预热区的厚度, 即 $\delta_{\rm R} \ll \delta_{\rm T}$. 在反应区中, T 和 Y及其导数都是连续的. 该模型的控制方程包括非稳 态项、对流项、扩散项和化学反应源项, 需要通过大 活化能渐近分析方法进行求解^[12].

考虑稳态预混火焰传播过程,在固定在火焰面 上的坐标系中,火焰面是静止不动的.因此,关于温 度和不足组分质量百分数的控制方程不含非稳态项. 在预混火焰理论分析中,通常使用单步总包化学反 应模型.关于温度和不足组分质量百分数的控制方 程为带化学反应源项的常微分方程^[14]

$$mC_P \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right) + q\omega \tag{1}$$

$$m\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\rho D \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x} \right) - \omega \tag{2}$$

其中, x 为空间坐标, C_P 为混合物的定压比热容, λ 为混合物的热传递系数, ρ 为混合物的密度, D 为不 足组分的质量扩散系数, q 为燃烧单位质量不足组 分的放热量, ω 为化学反应速率. m 为穿过单位面积 的质量流率, 即 $m = \rho u$, 其中 u 为流速. 根据质量守 恒, m 为常数, 即有 $m = \rho u = \rho_u u_u = \rho_b u_b$. 根据层流 火焰速度的定义, 则有 $S_u = u_u$. 在预混火焰理论分 析中, 求出 m 后即可根据 $S_u = m/\rho_u$ 获得层流火焰 速度.

对于单步总包化学反应模型,其化学反应速率 为

$$\omega = \rho Y A \cdot \exp(-E_A/R^0 T) \tag{3}$$

其中, A 为指前因子, E_A 为总包反应的活化能, R^0 为气体常数.

方程 (1) 和 (2) 的边界条件为

$$x \to -\infty$$
: $T = T_{\rm u}$, $Y = Y_{\rm u}$ (4)

$$x \to +\infty$$
: $dT/dx = dY/dx = 0$ (5)

其中, *T*_u和 *Y*_u分别为未燃预混气体的温度和不足组分质量百分数.如图 1(c)所示,在燃烧产物中不足组分质量百分数为零.对于绝热(即不考虑辐射热损

失) 平面预混火焰, 燃烧产物的温度为绝热燃烧温度 T_b. 联立方程 (1) 和 (2) 消去化学反应源项后进行积 分, 并利用边界条件 (4) 和 (5) 则可得到绝热燃烧温 度为

$$T_{\rm b} = T_{\rm u} + q Y_{\rm u} / C_P \tag{6}$$

通常预热区的厚度 δ_{T} 是基于温度分布而定义的. 图 2 中给出了分别基于温度分布和不足组分质量百分数分布的特征厚度 δ_{T} 和 δ_{M} . 在预热区中可以忽略化学反应源项,根据方程 (1) 和 (2) 可以推导出预热区温度特征厚度和组分特征厚度的比值为 [12]

$$\delta_{\rm T}/\delta_{\rm M} = Le \tag{7}$$

其中, $Le = \lambda/(\rho C_P D)$ 为 Lewis 数,它是热扩散率和 不足组分质量扩散率的比值.对大多数碳氢燃料的预 混火焰, Lewis 数接近于 1.因此通常可以假设 $Le\approx 1$.





在 Le = 1 时, $\delta_T = \delta_M$ 且归一化的温度分布和 不足组分质量百分数分布相互对称. 联立方程 (1) 和 (2) 消去化学反应源项后进行积分,并利用边界条件 (4) 和 (5) 则可得

$$Y/Y_{\rm u} = 1 - (T - T_{\rm u})/(T_{\rm b} - T_{\rm u})$$
 (8)

定义 Zel'dovich 数为

$$\beta = \frac{E_A}{R^0 T_b} \left(1 - \frac{T_u}{T_b} \right) \tag{9}$$

则化学反应速率可写为

$$\omega = \rho Y_{\rm u} A (1-\theta) \cdot \exp\left\{-\frac{\beta}{(1-\sigma)[\sigma+(1-\sigma)\theta]}\right\} \quad (10)$$

其中, $\theta = (T - T_u)/(T_b - T_u)$ 和 $\sigma = T_u/T_b$ 分别为归一 化无量纲温度和温度比. 图 3 给出了在 $\sigma = 0.15$, β 分别为 10 和 50 时, 化学反应速率随着温度的变化 曲线. 利用式 (10) 可以得出反应速率取极大值时的 归一化温度为 $\theta_m = 1 - 1/(1 - \sigma + \beta) \approx 1 - 1/\beta$ ^[14]. 图 3 表明, 化学反应主要发生在温度接近于 θ_m 的反应区内; 而在预热区,由于温度低于 θ_m ,化学反应速率几乎为零.在活化能很大时 ($E_A \gg 1$),对应有 $\beta \gg 1$,从而导致化学反应被局限于一个很薄的区域中.可以证明,图 1(c)和图 2 中反应区和预热区的厚度比为 $\delta_R/\delta_T = 1/\beta$.大活化能渐近分析正是利用 $\delta_R/\delta_T = 1/\beta \ll 1$ 这一条件开展渐近理论分析.



图 3 归一化化学反应速率随着归一化温度的变化 (σ = 0.15) Fig. 3 Change of normalized reaction rate with the normalized temperature for σ = 0.15

1.2 Zel'dovich 和 Frank-Kamenetskii 理论

Zel'dovich 和 Frank-Kammenetskii^[4-5] 首先对大 活化能假设下的一维层流预混火焰进行了严格的理 论分析.他们考虑图 4 所示的火焰结构,位于预热区 与反应区分界面处 (x = 0)的点火温度为 T_i .只有温 度高于 T_i 时,才会有化学反应发生.根据图 3 中的 结果,活化能越大,则点火温度为 T_i 越接近于绝热 燃烧温度 T_b ,反应区的厚度也越薄.



假设 *Le* = 1,则温度 *T* 和不足组分质量百分数 *Y* 满足关系式 (8).因此只需要求解温度方程 (1).在 预热区,化学反应可以忽略,因此温度方程(1)简化为

$$mC_P \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \lambda \frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} \tag{11}$$

对上式在预热区进行积分,并利用边界条件得

$$\left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right|_{x=0^{-}} = \frac{mC_P}{\lambda} (T_\mathrm{i} - T_\mathrm{u}) \tag{12}$$

在化学反应区,由于其厚度很小,因此可以忽略对 流项.则温度方程(1)简化为(假设λ为常数)

$$\lambda \frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} + q\omega = 0 \tag{13}$$

上式可以变形为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)^2 = -\frac{2q\omega}{\lambda} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \tag{14}$$

对上式在反应区进行积分得

$$\left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right|_{x=0^+} = \sqrt{\frac{2q}{\lambda} \int_{T_{\mathrm{i}}}^{T_{\mathrm{b}}} \omega \mathrm{d}T}$$
(15)

在预热区和反应区的分界面上,左右两侧的温度梯 度是连续的.则由式 (12) 和式 (15) 得

$$\frac{mC_P}{\lambda}(T_{\rm i} - T_{\rm u}) = \sqrt{\frac{2q_F}{\lambda} \int_{T_{\rm i}}^{T_{\rm b}} \omega \mathrm{d}T}$$
(16)

在大活化能条件下,化学反应区很薄且有 $T_i \approx T_b$.因此上式左边项中的 T_i 可以用 T_b 近似取代.而上式右边项中的积分下限 T_i 可以用 T_u 近似取代.这是因为在预热区的化学反应速率近似为零,改变积分下限并不影响积分结果.利用绝热燃烧温度的表达式(6),上式可写为

$$m = \left(\frac{2\lambda}{C_P} \cdot \frac{1}{T_b - T_u} \cdot \frac{1}{Y_u} \cdot \int_{T_u}^{T_b} \omega dT\right)^{1/2}$$
(17)

在活化能很大时 ($E_A \gg 1$),化学反应源项中的指数 项可以近似为

$$\exp\left(-\frac{E_A}{R^0T}\right) \approx \exp\left(-\frac{E_A}{R^0T_b}\right) \exp\left(-\frac{E_A(T_b - T)}{R^0T_b^2}\right) \quad (18)$$

该近似由 Frank-Kamenetskii^[5] 首次提出,在燃烧理 论分析中被广泛应用.将式(18)和式(8)代入式(3) 和式(17)中,并利用大活化能假设($E_A \gg 1$),则可 以得到层流火焰速度的解析表达式

$$S_{\rm u} = \left[\frac{2\alpha}{\beta^2}A \cdot \exp\left(-\frac{E_{\rm a}}{R^0 T_{\rm ad}}\right)\right]^{1/2}$$
(19)

其中 $\alpha = \lambda/(\rho_u C_P)$ 为未燃预混气体的热传导率. 上式 与 Mallard 和 Le Chatelier^[15] 的热理论给出的结果一 致,即层流火焰速度正比于化学反应速率和热传导 率的二分之一次方. 上述结果针对反应级数为1的总 包反应,对于任意反应级数的总包反应也可开展类 似的分析^[12,14,16].

1.3 平面预混火焰大活化能渐近分析

报

在预混火焰理论分析中,将火焰结构分为如图 2 所示的预热区、化学反应区以及平衡区 ^[12].在大活化能 ($E_A \gg 1$)条件下,化学反应对温度非常敏感,只有在反应区才需要考虑化学反应.大活化能 ($E_A \gg 1$)是开展渐近理论分析的前提 ^[10-12].在大活化能 ($E_A \gg 1$)条件下,化学反应区和预热区的厚度比为一个小量,记为 ε ,渐近解可以被写成这个小量的级数形式.后面的分析表明该小量等于 Zel'dovich数的倒数,即 $\varepsilon = 1/\beta$ ^[12].分别对 3 个区域求出渐近解,接着根据相邻区域分界面处的连续性进行匹配,最终可以得到层流火焰速度的解析表达式 ^[12].

在预热区 (*x* < 0), 化学反应项可以被忽略, 所 以控制方程可以简化为如下的对流扩散方程

$$mC_P \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \lambda \frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} \tag{20}$$

$$m\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x} = \rho D\frac{\mathrm{d}^2 Y}{\mathrm{d}x^2} \tag{21}$$

这两个常微分方程的渐近解可以写成关于小量 *ε* 的 级数形式 (只考虑零阶项和一阶项)

$$T^{-}(x) = T_{0}^{-}(x) + \varepsilon T_{1}^{-}(x)$$
(22)

$$Y^{-}(x) = Y_{0}^{-}(x) + \varepsilon Y_{1}^{-}(x)$$
(23)

其中, 上标中的 "-" 表示预热区 (*x* < 0). 结合式 (4) 中的边界条件, 可以解得

$$T^{-}(x) = T_{\rm u} + C_1 \mathrm{e}^{mC_P x/\lambda} + \varepsilon C_2 \mathrm{e}^{mC_P x/\lambda}$$
(24)

$$Y^{-}(x) = Y_{u} + C_{3} e^{mx/(\rho D)} + \varepsilon C_{4} e^{mx/(\rho D)}$$
(25)

其中 C_i (i = 1,2,3,4) 是待定积分常数.

在下游平衡区 (x > 0),不足组分在化学反应区 被完全消耗掉.在绝热条件 (即不考虑辐射热损失) 下,燃烧产物达到绝热燃烧温度.因此有

$$T^+(x) = T_{\rm b}, \quad Y^+(x) = 0$$
 (26)

其中上标中的 "+" 表示下游平衡区 (x > 0).

如前文所述,化学反应区和预热区的厚度比为 ε .为了有效地分辨化学反应区,需要引入坐标变换 $\xi = x/\varepsilon$ 将反应区拉长^[12].这也是奇异摄动法中处理 奇异点处边界层的常用处理方法^[17].在内部反应区, 可以将渐近解写成如下形式

$$T_{\rm in}(\xi) = \theta_0 - \varepsilon \theta_1(\xi) \tag{27}$$

$$Y_{\rm in}(\xi) = \phi_0 + \varepsilon \phi_1(\xi) \tag{28}$$

其中, θ₀ 和 φ₀ 是零阶项, 而 θ₁(ξ) 和 φ₁(ξ) 是一阶项 的大小. 化学反应区不同于预热区和平衡区, 它跟上 游与下游的边界都不直接接触. 因此不能用边界条 件 (4) 和 (5) 去求解化学反应区的温度分布和不足组 分的质量百分数分布, 而是需要用到反应区内部解 和外部解的连续性匹配条件.

内部解与外部解在反应区下游的匹配条件为

$$\lim_{\xi \to +\infty} T_{\rm in}(\xi) = \lim_{\xi \to +\infty} T^+(X) \tag{29}$$

$$\lim_{\xi \to +\infty} Y_{\rm in}(\xi) = \lim_{\xi \to +\infty} Y^+(X) \tag{30}$$

$$\lim_{\xi \to +\infty} dT_{\rm in}/d\xi = \lim_{\xi \to +\infty} dT^+/d\xi \tag{31}$$

$$\lim_{\xi \to +\infty} dY_{\rm in}/d\xi = \lim_{\xi \to +\infty} dY^+/d\xi$$
(32)

将内部解与外部解代入上述匹配条件可得

$$\theta_0 - T_b = \phi_0 = \theta_1(+\infty) = \phi_1(+\infty) = 0$$
 (33)

$$d\theta_1(+\infty)/d\xi = d\phi_1(+\infty)/d\xi = 0$$
(34)

内部解与外部解在反应区上游进行匹配时,需要将 外部解进行坐标变换 $\xi = x/\varepsilon$,并对式 (24)和式 (25) 在反应区进行渐近展开

 $T^{-}(\xi) \approx T_{\rm u} + C_1 + \varepsilon \cdot (\xi C_1 m C_P / \lambda + C_2) \qquad (35)$

$$Y^{-}(\xi) = Y_{\rm u} + C_3 + \varepsilon \cdot [\xi C_3 m / (\rho D) + C_4]$$
(36)

利用类似于式 (29) 至式 (32) 的匹配条件可得

$$C_1 = T_b - T_u, \quad C_3 = -Y_u$$
 (37)

$$\begin{array}{ll} \theta_1(-\infty) \to +\infty, & \phi_1(-\infty) \to +\infty & (38) \\ d\theta_1(-\infty) & (T_b - T_u)mC_P & d\phi_1(-\infty) & Y_um \\ \end{array}$$

$$\frac{d\xi}{d\xi} = -\frac{\partial}{\partial \lambda}, \quad \frac{d\xi}{d\xi} = -\frac{\partial}{\partial D} \quad (39)$$

接下来对化学反应区进行求解.上面已经解出 零阶项解为 $\theta_0 = T_b$ 和 $\phi_0 = 0$.接下来求解一阶 项 $\theta_1(\xi)$ 和 $\phi_1(\xi)$.将式 (27) 与式 (28) 以及坐标转换 $\xi = x/\varepsilon$ 代入方程 (1) 和 (2) 中,可以发现对流项比扩 散项小一个量级,从而可以被忽略.因此内部反应区的控制方程被化简为如下的扩散反应方程

$$\lambda \frac{\mathrm{d}^2 \theta_1}{\mathrm{d}\xi^2} = \varepsilon \omega q, \quad (\rho D) \frac{\mathrm{d}^2 \phi_1}{\mathrm{d}\xi^2} = \varepsilon \omega \tag{40}$$

其中反应区的反应速率项为

$$\omega = \rho \varepsilon \phi_1 A \cdot \exp[-E_a/R^0(T_b - \varepsilon \theta_1)]$$
(41)

联合式 (40) 中的两个方程消去反应项,并结合 $\xi \rightarrow +\infty$ 处的边界条件进行积分可得到

$$(\lambda/q)\theta_1 = (\rho D)\phi_1 \tag{42}$$

将式 (41) 和式 (42) 代入式 (40), 并利用式 (18) 中的 Frank-Kamenetskii 近似可得

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta_1}{\mathrm{d}\xi^2} = D_\mathrm{a}\theta_1 \exp\left(-\frac{\varepsilon E_\mathrm{a}}{R^0 T_\mathrm{b}^2}\theta_1\right) \tag{43}$$

其中 $D_a = \varepsilon^2 (A/D) \exp(-E_a/R^0 T_b)$ 为 Damkohler 数. 将 小量 ε 取值为 Zel'dovich 数的倒数, 即 $\varepsilon = 1/\beta$, 同时 引入变换 $\tilde{\theta}_1 = \theta_1/(T_b - T_u)$, 式 (43) 可变形为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tilde{\theta}_{1}} \left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\theta}_{1}}{\mathrm{d}\xi} \right)^{2} = 2D_{\mathrm{a}}\tilde{\theta}_{1} \exp(-\tilde{\theta}_{1}) \tag{44}$$

对上式进行积分,并使用 $\xi \to +\infty$ 和 $\xi \to -\infty$ 处的 边界条件可得

$$mC_P/\lambda = \sqrt{2D_a} \tag{45}$$

该式可以变形为

$$S_{\rm u} = \left[\frac{2\alpha Le}{\beta^2} A \cdot \exp\left(-\frac{E_{\rm a}}{R^0 T_{\rm ad}}\right)\right]^{1/2} \tag{46}$$

上述结果在 Le = 1 时与式 (19) 一致.因此大活化能 渐近分析可以得到任意 Lewis 数下的层流火焰速度 的解析表达式.式 (46) 只适用于总反应级数为 1 的 总包反应模型,通过渐近理论分析也可以获得考虑 任意反应级数总包反应模型的层流火焰速度解析表 达式^[16].值得注意的是,通过大活化能渐近理论分 析获得的层流火焰速度的解析表达式,可以定性描 述化学反应活化能、热传导率、活化能、火焰温度以 及压力对层流火焰速度的影响规律,但不能定量地 预测不同工况下的层流火焰速度.

在上述理论分析中,平衡区燃烧产物的温度保 持为绝热燃烧温度 T_b.而在实际燃烧过程中,由于 辐射热损失,燃烧产物随着离开反应区的距离增大, 其温度会逐渐下降直至达到环境温度.此时,平衡区 燃烧产物温度变化的特征厚度为预热区厚度的β倍. 预热区反应物和平衡区燃烧产物的辐射热损失均会 影响平面火焰燃烧强度,即降低火焰温度和层流火 焰速度.这是因为辐射热损失会增大化学反应区两 侧的温度梯度,对应消耗化学反应产生的热量,占 用了用于加热未燃预混气体的热量.

通过大活化能渐近分析^[12,18],可以得到归一化的层流火焰速度 U 与无量纲热损失系数 L 之间的关系为

$$L = -U^2 \ln(U^2) \tag{47}$$

其中 U 是有热损失时的层流火焰速度与绝热条件下 的层流火焰速度的比值.图 5 给出了上式描述的 U 随着 L 变化的曲线.对于给定热损失系数,存在两个 解:快速火焰解(图中实线部分)和慢速火焰解(图中 虚线部分).稳定性分析结果^[12,18]表明快速火焰解是 稳定的、在实际燃烧过程中可以实现;而慢速火焰 解是不稳定的、不会出现在实际燃烧过程中.图 5 表 明,当无量纲热损失系数达到临界值 L = e⁻¹时,快 速火焰解和慢速火焰解相交到一点,对应 U = e^{-1/2}. 该点对应预混气体的可燃极限^[12,18-19].可以看出, 预混气体在趋向于可燃极限时,其层流火焰速度并 不会降为零.



Fig. 5 Change of the normalized laminar flame speed with the non-dimensional heat loss coefficient

值得注意的是,辐射热损失在理论分析中通常 被简化处理.例如,不同组分的热辐射特性对辐射波 长具有不同的依赖性,甚至有的组分(如二氧化碳) 则需要考虑辐射重吸收(radiation re-absorption).这些 在已有的理论分析中均没有被考虑到,需要通过数 值模拟来实现.

上述理论分析研究的是一维平面火焰的稳态结构和传播速度.在实际燃烧过程中,平面火焰不一

定是稳定的.图6显示贫燃料甲烷/氢气/空气的平面 火焰具有胞状结构. 这是由于预混气体的 Lewis 数 小于 1, 火焰受到热-扩散不稳定性 (thermal-diffusive instability)的作用. 除了热-扩散不稳定性, 平面火 焰还受到流体动力学不稳定性 (hydrodynamic instability) 和振荡不稳定性 (pulsating instability) 的影响. 流 体动力学不稳定性 [20] 是由于火焰面前后急剧的密 度变化所致.随着膨胀比(反应物与燃烧产物的密度 比)的增大,则流体动力学不稳定性越强.另外,有 限火焰厚度会抑制流体动力学不稳定性,火焰面越 薄则流体动力学不稳定性越强. 因此高压下的预混 火焰会受到强烈的流体动力学不稳定性影响. 文献 [18, 21-25] 采用大活化能渐近分析研究了平面预混 火焰的热--扩散不稳定性. 以往的研究结果表明, 在 Lewis 数小于1时,预混火焰会受到热--扩散不稳定 性而出现如图 6 所示的胞状结构. Sivashinsky^[26] 的 研究表明热--扩散不稳定性会导致层流火焰出现湍 流化. 与热-扩散不稳定性相反, 振荡不稳定性通常 发生在 Lewis 数较大的预混火焰中. Sivashinsky [21] 通过渐近理论分析发现,振荡不稳定性产生的条件 是 β(Le - 1) > 10.9. Law 与 Sung^[25] 通过一维数值模 拟研究了层流预混火焰的振荡不稳定性, 数值模拟 获得的振荡不稳定临界条件与理论分析结果相吻合. 关于预混火焰稳定性的研究,读者可参考相关综述 文章 [24-25,27-30] 和专著 [12-13].



图 6 贫燃料甲烷/氢气/空气平面火焰实验图像^[31] Fig. 6 Experimental images of fuel lean CH₄/H₂/air flames^[31]

理论研究通常采用无限大空间中自由传播的一 维平面火焰模型.但在实际燃烧过程中,平面火焰是 通过平面火焰器来实现的.预混气体垂直于平面火 焰器表面流出,在平面火焰器上方一定距离处形成 驻定平面火焰.该平面火焰驻定机制是:火焰与平面 火焰器表面之间的间距越小,则火焰热损失越大,从 而导致火焰越弱、层流火焰速度下降、火焰向远离平 面火焰器表面的方向移动. Eng 等^[32] 对平面火焰器 驻定的平面火焰进行了理论和实验研究,他们揭示 了热损失稳定平面火焰的机制,并解释了平面火焰 被吹熄与可燃极限之间的差别. Matthews 等^[33] 采用 大活化能渐近分析方法,研究了平面火焰器驻定的 平面火焰的火焰结构和稳定性.他们发现火焰下游 (即燃烧产物区)的辐射热损失会比上游 (即预热区) 的辐射热损失更有效地促发火焰面不稳定. Chao^[34] 和 Kurdyumov 等^[35-36] 采用大活化能渐近分析方法, 研究了辐射热损失如何影响平面火焰器驻定的平面 火焰的稳定性.他们发现辐射热损失会减小火焰稳 定区域.

2 球形传播火焰

2.1 球形传播火焰及其应用

上一节讨论的平面火焰是不受拉伸率 (stretch rate) 作用的. 但在实际燃烧过程中, 由于流场不均匀 或者火焰面弯曲,预混火焰会受到拉伸率的作用,拉 伸率定义为在拉格朗日描述下火焰面面积的相对变 化率[11-12,37-38]. 球形传播火焰和对冲火焰是研究拉 伸率影响的最典型的两类预混火焰. 这两类火焰都 是一维的,因此也得到了广泛的理论研究. Sivashinsky^[39] 首次采用大活化能渐近分析方法研究了一维 球形传播火焰,揭示了 Lewis 数对球形火焰传播速 度的影响规律. Sivashinsky [40] 还对受限空间中的球 形传播火焰进行了理论分析.采用大活化能渐近分析 方法, Clavin 及其合作者 [24,41] 推导出了用于量化拉 伸率影响球形传播火焰速度的 Markstein 长度的解析 表达式, Frankel 和 Sivashinsky^[42-43]研究了热膨胀和 Lewis 数对球形火焰传播和熄火的影响, Matalon 及 其合作者 [44-45] 揭示了辐射热损失对球形传播火焰 的影响, Clavin 等^[46] 推导出了量化曲率和非均匀流 场影响球形传播火焰速度的 Markstein 长度, Kelley 等[47]研究了受限空间内压力升高对球形传播火焰 的影响.

球形传播火焰在实验中易于实现.在密闭空间 中,通过分压法可以制备不同当量比下燃料和空气 的预混气体.在中心处采用电火花点火后,则可以得 到球形传播火焰.球形传播火焰在燃烧基础研究中 得到了广泛的应用,主要体现在两方面:点火过程

研究和层流火焰速度测量.

点火是燃烧研究中最为基础的问题, 也是燃烧 研究的热点问题. 点火分为强迫点火 (例如通过电火 花进行点火)与自发着火(例如,在测量着火延迟时 间的激波管实验中,反射激波后发生自着火)^[12].球 形传播火焰被应用于研究强迫点火过程. 在实际发 动机中,电火花点火得到了广泛的应用.然而,由 于其复杂性,点火理论一直是燃烧领域中的一个难 点. Lewis 和 Von Elbe^[48] 以及 Zel'dovich 等^[5] 较早提 出了描述电火花点火的燃烧理论,他们认为:(1)临 界点火尺寸跟熄火距离或者火焰厚度成正比; (2) 最 小点火能正比于熄火距离或者火焰厚度的立方. 然 而,上述理论只考虑了热量扩散而忽略了燃料和氧 化剂的质量扩散.后续火焰球的研究则同时考虑了热 量扩散和质量扩散[5,49-51].火焰球半径被认为是控 制点火的特征长度,而最小点火能则被认为正比于 火焰球半径的立方 [50]. 但是,以往的点火理论均没 有将点火核形成与后续火焰传播很好地结合起. He 等 [52-53] 以及 Chen 等 [54-55] 发展了能够同时描述点 火与球形火焰传播的燃烧理论,从而能够更准确地 预测临界点火条件.研究结果表明,对于具有较高 Lewis 数(热量和质量扩散系数之比)的预混气体,即 使小于火焰球半径的球形火焰仍能够向外传播 [55]. 这就推翻了火焰球半径是控制点火的特征长度这一 观点^[55]. Law 及其合作者^[56] 通过实验验证了上述 理论的正确性. 本文下一节将详细介绍该理论及其 相关结论.

层流火焰速度是反映预混燃气燃烧特性的重要 参数. 球形传播火焰由于火焰结构简单、拉伸率定义 明确且能够获得高压下的结果, 被广泛用来测量不 同燃料的层流火焰速度[57-64].目前,球形传播火焰 法是测量宽压力和温度范围内层流火焰速度的唯一 方法. 球形传播火焰法通过记录火焰半径或者容器 内压力随时间的变化来确定层流火焰速度. 在球形 火焰传播初期,火焰的拉伸效应很大,而压力上升 可以忽略不计.随着火焰半径增大,压力逐步上升, 拉伸效应变得可以忽略不计.根据燃烧室设计和压力 上升大小,有两种基于球形传播火焰的层流火焰速 度测量方法: 定压法和定容法. 定压法使用具有较小 半径的火焰, 使得压力上升是可忽略的. 而在定容法 中,则是采用具有较大半径的火焰,对应有明显的压 力上升[65]. 定压球形传播火焰法具有两个优点: (1) 火焰传播过程被记录下来,可以得到火焰不稳定的

报

信息;(2)火焰传播速度是拉伸率的函数,通过外推 到零拉伸率可以得到无拉伸层流火焰速度.然而,由 于需要开设视窗,定压法的上限压力通常低于定容 法.定容球形传播火焰法的优点是,在同一次实验中 可以测得很宽的压力和温度范围内的层流火焰速度. 然而,定容法的缺点是不确定球形火焰传播不稳定 性的出现,从而导致层流火焰速度测量精度降低.虽 然这两种球形传播火焰方法被广泛用来测量层流火 焰速度,但如何提高测量精度和如何准确测量高温 高压下的层流火焰速度仍然是基础燃烧研究的热点 问题^[64-66].

关于点火与球形传播火焰的渐近理论分析有助 于发展点火理论与准确测量层流火焰速度,下面将 介绍理论研究的相关进展.

2.2 考虑单步总包反应的点火与球形传播火焰理论

以往的点火理论^[5,48-51]将点火核形成与后续球 形火焰传播分离开来进行研究,没有考虑点火核的 非稳态传播过程,因此不能准确地预测临界点火条 件.通过渐近理论分析发展了能够同时描述点火与 球形火焰传播的理论,能够更准确地预测临界点火 条件^[54].考虑如图7所示的理论模型:在静止预混 燃气中,位于球心处的点火能量Q(类似于电火花点 火)引发球形火焰向外传播.由于点火能及拉伸率的 作用,球形火焰传播速度U和火焰温度T_f均会随着 火焰半径R而变化.理论研究的目标就是获得不同 点火能、不同热损失以及不同Lewis数下,U随着R 变化的解析表达式,并在此基础上确定临界点火条 件^[54].

将坐标系固定在火焰面上,则火焰以准稳态方 式向外传播.同时引入常密度和常热力学参数假设,





则无量纲化的温度方程和组分方程为(具体推导见 文献 [54])

$$-U\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) - h\cdot T + \omega \tag{48}$$

$$-U\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r} = \frac{Le^{-1}}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\right) - \omega \tag{49}$$

其中, *T* 为归一化无量纲温度,即对于未燃预混气体 有 *T* = 0,而绝热燃烧温度则对应 *T* = 1. 球形传播 火焰速度 *U* 则是通过绝热平面火焰速度进行无量纲 化.长度和坐标 *r* 则通过绝热平面火焰厚度进行无 量纲化.ω为无量纲化学反应速率,*h* 为无量纲热损 失强度^[54]).相应的边界条件为

$$r = 0$$
: $r^2 dT/dr = -Q$, $Y = 0$ (50)

$$r = \infty : \quad T = 0, \quad Y = 1 \tag{51}$$

其中 Q 为无量纲化点火能^[54]. 在单步总包化学反应的活化能很大时,化学反应主要集中在火焰面附近的反应区,且反应区的厚度远小于预热区厚度及火焰半径. 类似于平面预混火焰,对方程(48)和(49)描述的准稳态球形传播火焰也可以采用大活化能渐近分析.

首先对一维绝热球形传播预混火焰进行大活化 能渐近分析.在理论分析中,采用常用的常密度(即 忽略热膨胀)假设^[10-12,43,53-54]以及常热物性参数与 输运系数假设.在球坐标系中,关于温度 T 和燃料 质量百分数 Y 的控制方程为

$$\rho C_P \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda}{r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \right) + q\omega \tag{52}$$

$$\rho \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho D}{r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r} \right) - \omega \tag{53}$$

其中, r 为空间坐标, ρ 为密度, C_P 为混合物的等压 比热容, λ 为热传导系数, q 为燃烧单位质量燃料的 放热量, D 为燃料的质量扩散系数.由于常密度模型 忽略了热膨胀, 所以在控制方程里面没有对流项.化 学反应速率由式 (3) 给出.

为了简化分析过程,采用固定在火焰面 r = R(t)上的坐标系 (τ, ξ) . 在这个新坐标系 $(\tau = t, \xi = r - R(t))$ 中,火焰可以被看成准稳定状态,即 $\partial/\partial \tau = 0$. 准稳态假设的合理性已经被数值模拟所验证^[12]. 在准稳态假设下,位于新坐标系中的控制方程被简化为

$$-\rho C_P U \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\xi} = \frac{\lambda}{(\xi+R)^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \left[(\xi+R)^2 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\xi} \right] + q\omega \qquad (54)$$

$$-\rho U \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\xi} = \frac{\rho D}{(\xi+R)^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \left[(\xi+R)^2 \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\xi} \right] - \omega \qquad (55)$$

其中 U = dR(t)/dt 是火焰传播速度. 对应边界条件为

$$\xi = -R, \quad dT/d\xi = 0, \quad dY/d\xi = 0$$
 (56)

$$\xi \to +\infty, \quad T = T_u, \quad Y = Y_u$$
 (57)

类似于平面火焰的理论分析,将球形火焰结构分为 预热区、化学反应区和平衡区.在活化能较大时,化 学反应对温度非常敏感,可以认为反应只在化学反 应区内进行.化学反应区和预热区的厚度比是个小 量 ε,即 Zel'dovich 数的倒数.与平面火焰的渐近理 论分析过程类似,分别对 3 个区域求出渐近解,接 着由连续性匹配得到最终的结果.以下简要给出渐 进理论分析结果,详细推导可参阅文献[67].

在预热区可忽略化学反应,温度和燃料质量百 分数在预热区的解为

$$T^{+}(\xi) = T_{u} + C_{1} \int_{R+\xi}^{\infty} s^{-2} e^{-Us/\alpha} ds + \varepsilon \cdot C_{2} \int_{R+\xi}^{\infty} s^{-2} e^{-Us/\alpha} ds$$

$$Y^{+}(\xi) = Y_{u} + C_{3} \int_{R+\xi}^{\infty} s^{-2} e^{-Us/D} ds + \varepsilon \cdot C_{4} \int_{R+\xi}^{\infty} s^{-2} e^{-Us/D} ds$$
(59)

其中, C₁, C₂, C₃, C₄ 是待定积分常数,可以通过和 反应区解的连续性匹配得到.

燃料在反应区被完全消耗掉.因此在平衡区 (-*R* < *ξ* < 0)的解为

$$T^{-}(\xi) = T_{\rm b}, \quad Y^{-}(\xi) = 0$$
 (60)

其中 T_b 是已燃气体的温度,将通过匹配条件确定.

对于化学反应区,引入坐标变换 $X = \xi/\varepsilon$ 将空间 坐标进行拉伸. 化学反应区的渐近解可以表示为

$$T_{\rm in}(X) = \theta_0 - \varepsilon \theta_1(X) + O(\varepsilon^2) \tag{61}$$

$$Y_{\rm in}(X) = \phi_0 + \varepsilon \phi_1(X) + O(\varepsilon^2) \tag{62}$$

其中, θ_0 和 ϕ_0 是零阶项,而 $\theta_1(X)$ 和 $\phi_1(X)$ 是一阶扰 动项的大小.类似于平面火焰的渐近理论分析,通过 内部解和外部解在交界面处的匹配条件可得

$$\theta_0 - T_b = \phi_0 = 0, \quad \theta_1(-\infty) = \phi_1(-\infty) = 0$$
 (63)

$$\mathrm{d}\theta_1(-\infty)/\mathrm{d}X = \mathrm{d}\phi_1(-\infty)/\mathrm{d}X = 0 \tag{64}$$

$$C_{1} = (T_{b} - T_{u}) / \int_{R} s^{-2} e^{-U_{s}/\alpha} ds,$$

$$C_{3} = -Y_{u} / \int_{R}^{\infty} s^{-2} e^{-U_{s}/D} ds$$
(65)

$$\frac{\theta_{1}(+\infty) \to +\infty, \quad \phi_{1}(+\infty) \to +\infty}{dX} = \frac{(T_{\rm b} - T_{\rm u})R^{-2}e^{-UR/\alpha}}{\int_{R}^{\infty} s^{-2}e^{-US/\alpha}ds} \\
\frac{d\phi_{1}(+\infty)}{dX} = \frac{Y_{u}R^{-2}e^{-UR/D}}{\int_{R}^{\infty} s^{-2}e^{-US/D}ds} \qquad (67)$$

球形火焰与平面火焰在化学反应区中渐近求解过程 相同,可以推导出以下关系式^[67]

$$\frac{\lambda}{q}\frac{\mathrm{d}^2\theta_1}{\mathrm{d}X^2} = \rho D \frac{\mathrm{d}^2\phi_1}{\mathrm{d}X^2} \tag{68}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta_1}{\mathrm{d}X^2} = D_\mathrm{a}\theta_1 \exp\left(-\frac{\varepsilon E_\mathrm{a}}{R^0 T_\mathrm{b}^2}\theta_1\right) \tag{69}$$

将匹配关系 (63)~(67) 代入上述方程可以得到关于火 焰温度 T_b、火焰传播速度 U 及火焰半径 R 的方程 组^[67]

$$T_{\rm b} = T_{\rm u} + \frac{qY_{\rm u}}{C_P} \frac{1}{Le} {\rm e}^{\frac{UR}{\alpha}(1-Le)} \frac{\int_R^{\infty} s^{-2} {\rm e}^{-Us/\alpha} {\rm d}s}{\int_R^{\infty} s^{-2} {\rm e}^{-Us/D} {\rm d}s}$$
(70)

$$\frac{R^{-2}\mathrm{e}^{-UR/\alpha}}{\int_{R}^{\infty}s^{-2}\mathrm{e}^{-Us/\alpha}\mathrm{d}s} = \sqrt{\frac{2}{\beta^{2}}\frac{A}{D}\exp\left(-\frac{E_{\mathrm{a}}}{R^{0}T_{\mathrm{b}}}\right)}$$
(71)

通过数值求解方程组 (70) 和 (71),可以得到球形火焰传播过程中火焰传播速度 U 和火焰温度 T_b 随着火焰半径 R 的变化 ^[67].

上述分析可以进而推广到考虑热损失和点火能 对球形传播火焰的影响.通过渐近理论分析可以得到 在不同点火能 Q、不同热损失 h 以及不同 Lewis 数 Le 下,球形火焰传播速度 U 随着火焰半径 R 变化 的解析表达式^[54,67].以下关系为热损失强度为零时 (h = 0,即绝热火焰)的特殊形式^[54,67]

$$T_{b} \frac{R^{-2} e^{-UR}}{\int_{R}^{\infty} s^{-2} e^{-Us} ds} - Q \cdot R^{-2} e^{-UR} = \frac{1}{Le} \frac{R^{-2} e^{-ULeR}}{\int_{R}^{\infty} s^{-2} e^{-ULes} ds} = [\sigma + (1 - \sigma)T_{b}]^{2} \exp\left(\frac{\beta}{2} \frac{T_{f} - 1}{\sigma + (1 - \sigma)T_{b}}\right)$$
(72)

当温度比 σ 、Zel'dovich 数 β 、Lewis 数 Le、点火 能 Q 以及热损失强度 h 给定时,通过数值求解上式 就可以得到球形火焰传播过程中火焰传播速度 U 和 火焰温度 T_b 随着火焰半径 R 的变化.图 8 给出了在 无点火能 (Q = 0) 时,不同热损失下球形火焰传播速 度随着火焰半径的变化曲线. h = 0 对应于绝热情况,

1427

在火焰半径很大时趋于平面火焰,因此其无量纲传 播速度趋于 1. 在热损失强度为 h = 0.01 时,存在 两支 U-R曲线, 其中上支 U-R曲线为快速火焰, 在实验中可以被观察到的:而下支 U-R曲线是慢 速火焰,是不稳定的,不可能出现在实验中.这与图 5中关于平面火焰的结论一致.但继续增大热损失强 度到 h = 0.025 和 0.05, 球形传播火焰在达到一定半 径后会熄火,这对应于微重力实验中观察到的自熄 火火焰 (self-extinguishing flame) [68-69]. 其原因是拉伸 率强化火焰而辐射热损失弱化火焰,在火焰半径较 大时辐射热损失的影响占主导,从而导致火焰在半 径达到一定数值时出现熄火. 图 8 中 U = 0 对应于 静止火焰球 [5,49-51] 的解, 而 R = 1000 则对应于曲率 趋于零的球形火焰(接近于平面火焰).因此,该理论 能够完整地描述从火焰球到球形传播火焰转变的整 个过程,从而能够被用来准确地预测临界点火条件.



图 8 不同热损失下球形火焰传播速度随着火焰半径的变化 (Le = 0.8)^[54]

Fig. 8 Change of spherical flame propagation speed with flame radius for Le = 0.8 and different values of heat loss intensities ^[54]

图 9 为基于上述理论得出的不同点火能下球形 火焰传播速度随着火焰半径的变化曲线. 当点火能 为零时 (*Q* = 0),最小的无量纲火焰半径为*R* = 9,当 *R* < 9 时则不存在球形传播火焰解. 当*Q* = 0.5 时,则 出现左右两支 *U* - *R*解,左边的 *U* - *R*解对应点火核 从中心传播出来后会逐渐减速,在*R* = 2 附近出现 熄火,因此点火失败.增大点火能到*Q* = 0.96 时,点 火核传播到 *R* = 8 附近仍会熄灭,同样是点火熄灭. 继续增大点火能到 *Q* = 1 时,左右两支 *U* - *R* 解合并 到一起,点火核可以沿着合并后的 *U* - *R* 解持续不 断地向外传播,因此点火成功.左右两支 *U* - *R* 解合 并到一起时对应的点火能被称为最小点火能,此时 火焰传播速度最小值对应的半径被称为临近点火半 径^[54-55]. 对于图 9 所示的结果, 无量纲最小点火能 和临界点火半径分别为 1 和 8. 图 10 展示了 Kelley 等^[56] 在氢气/空气中开展电火花点火实验的结果. 图 10 中的曲线 1 和 2 对应点火能量较小的工况, 点火 核在向外传播时其速度逐渐下降直至发生熄火, 这 与图 9 中 *Q* = 0.5 和 0.96 的理论结果一致. 但点火能 较大时, 图 10 中的曲线 3 至 6 表明点火核先减速后 加速,能够顺利传播出去, 点火成功. 这也与图 9 中 *Q* = 1 和 2 的理论结果一致. 因此, 实验结果说明该 理论可以用来描述点火过程.



图 9 不同点火能下球形火焰传播速度随着火焰半径的 变化(Le = 2)^[55]

Fig. 9 Change of spherical flame propagation speed with flame radius

for Le=0.8 and different ignition powers [55]



图 10 不同点火能下,当量比为 5.1 的氢气/空气中的球形火焰传播 速度随着火焰半径的变化情况^[56]

Fig. 10 Change of spherical flame propagation speed with flame radius for different ignition energies deposited into hydrogen/air mixture with the equivalence ratio of 5.1 ^[56]

传统点火理论^[5,48-51]认为火焰厚度、熄火距离 或者静止火焰球半径是控制点火的特征长度.图 11 给出了不同 Lewis 数下的临界点火半径与火焰球半 径.这两个半径都是基于火焰厚度来无量纲化的.可 以看出,只有在 Lewis 数等于1时,临界点火半径才等于火焰厚度.在图示的 I 区和 II 区,临界点火半径等于火焰球半径,因此火焰球是控制点火的特征尺度.但在 Lewis 数较大的 III 区,临界点火半径小于火焰球半径,而且随着 Lewis 数增大,两者的差别会急剧增加.由于 Lewis 数是热传导率与质量扩散率的比值,燃料的输运特性(热传导和质量扩散)在很大程度上决定了初始火焰的传播,是控制点火的关键因素.对于不同的燃料,其输运特性差别很大,所以初始火焰传播状况完全不同.另外,理论表明,最小点火能正比于临界点火半径的立方,这与数值模拟和实验结果一致^[55].





上述点火与球形火焰传播理论除了被用于解释 临界点火条件外,还被应用于测量层流火焰速度的 球形传播方法中.在等压球形传播火焰法测量层流 火焰速度时,需要采用线性或者非线性模型来外推 得到零拉伸率下的层流火焰速度.根据式 (52) 可以 推导出以下线性和非线性模型关系式

$$S_{\rm b} = S_{\rm b}^0 - L_{\rm b}(2S_{\rm b}/R_{\rm f}) \tag{73}$$

$$S_{\rm b}/S_{\rm b}^{0} = 1 - 2L_{\rm b}R_{\rm f} \tag{74}$$

$$(S_{\rm b}/S_{\rm b}^{0})\ln(S_{\rm b}/S_{\rm b}^{0}) = -L_{\rm b}(2S_{\rm b}/R_{\rm f})$$
(75)

其中 R_f 为火焰半径, S_b 和 S_b^0 为相对于已燃气体的层流火焰速度, L_b 为相对于已燃气体的 Markstein 长度. 相关文献 ^[70-74] 研究了采用不同线性和非线性 模型对层流火焰速度测量精度的影响. 式 (73)~ 式 (75) 对应的模型都具有一阶精度, 但这些模型在不同 Lewis 数下的误差互不相同 ^[70]. 为了降低采用这 些模型拟合带来的误差, 需要尽可能使得预混气体 的 Lewis 数接近于 1^[72].

另外,通过渐近理论分析和数值模拟,系统地研 究了热辐射对近可燃极限预混气体球形火焰传播过 程的影响[75].首先,建立了考虑热辐射的球形火焰 传播理论,揭示了热辐射强度对火焰传播速度的影 响.通过理论分析,获得了火焰传播速度与火焰温度 随火焰半径变化的解析表达式,进而研究了不同强 度的辐射热损失对不同燃料球形火焰的传播速度的 影响.研究结果表明,热辐射对火焰传播速度的影响 程度与燃料的 Lewis 数以及火焰曲率有关 [75]. 图 12 表明热辐射对平面火焰传播速度的影响跟 Lewis 数 无关,但对于具有一定曲率/拉伸率的球形传播火焰, 热辐射的影响跟 Lewis 数相关. 相同曲率下, Lewis 数越大,则热辐射导致的可燃极限越低.对于同一 Lewis 数, Le = 2 时曲率越大则可燃极限越低, 而在 Le = 0.5 时曲率越大则可燃极限越高. 这是由于曲 率/拉伸率与 Lewis 数的耦合作用导致的.



Fig. 12 Change of flame propagating speed with radiative loss for different flame radii and Lewis number ^[75]

结合理论分析和数值模拟,研究了辐射热损失 和辐射重吸收对球形火焰传播过程的影响,量化了 热辐射导致的热效应及流动效应对层流火焰速度测 量的影响^[63],提出了适用于不同碳氢燃料的定量表 征热辐射影响的经验公式^[76],使用该经验公式可以 直接修正球形传播火焰法测量层流火焰速度过程中 热辐射导致的误差.另外,发现了辐射重吸收会很大 程度地减弱辐射冷却导致的流动效应,从而使得球 形传播火焰速度几乎不受热辐射的影响^[77-78].

2.3 考虑链式反应的点火与球形传播火焰理论

经典的点火理论分析均基于单步化学反应,因此只能反映燃料 Lewis 数对预混气体点火的影响. 然

报

异[91].

而,实际碳氢燃料的点火过程中会涉及燃料和基元 组分的多步化学反应.因此,点火与火焰传播情况不 仅受到燃料质量扩散的影响,还与其他基元组分(特 别是与链支化反应有关的自由基)的质量扩散情况 有关.图13为单步总包反应与两步反应模型对应的 火焰结构示意图.对于单步总包反应,燃料直接转化 为产物并同时释放出热量.对于两步反应模型,首先 通过链起始反应和链支化反应生成自由基,然后自 由基被链终止反应消耗掉并同时释放出热量.





为了能够揭示自由基的输运特性对点火与火 焰传播过程的影响,在理论分析中采用改进后的 Zel'dovich-Liñán两步反应模型^[79-80]

$$F + Z \to 2Z \tag{76}$$

$$Z + M \to P + M \tag{77}$$

其中, F 代表燃料, P 为产物, Z 为自由基, M 为任 何类型的第三体组分.第一步反应为关于自由基的 链支化反应, 假定该反应不吸收和释放热量,反应 速率满足 Arrhenius 公式.第二步反应为链终止反应, 该反应将自由基中的化学能全部转化为热量, 假设 该反应的反应速率不随温度变化 (即其活化能为零). 上述两步反应模型被广泛应用于预混火焰的理论分 析中 [79-89].

同样考虑类似于图 7 的点火与球形传播火焰模型,假设链支化反应的活化能很大,通过渐近理论分析可以建立基于两步反应模型的点火与火焰传播理论^[90].大活化能渐近理论分析的具体过程在此不再重复,详细推导见文献 [90].在此基础上,研究了热点火过程、化学点火过程以及两者间的差异^[91].图 14 为基于两步反应的点火与火焰传播理论预测结果.通过与图 9 中基于单步反应的理论结果进行对比,可以发现在 Lewis 等于 1 时,两者的结果是相似的.但在 Lewis 数较大时,图 14(b)中曲线 4 表明会出现三支 *U* – *R* 解.因此基于单步反应的热点火



图 14 不同点火能下球形火焰传播速度随着火焰半径的变化 Fig. 14 Change of spherical flame propagation speed with flame radius 与基于两步反应的化学点火在特定条件下存在着差

对于热点火,研究结果表明最小点火能和临界 点火半径随着燃料 Lewis 数的增大而增大,而随着自 由基 Lewis 数的增大而减小. 这是因为大 Lewis 数自 由基具有低质量扩散特性,对点火具有促进作用.对 于化学点火,基于火焰球半径随相关参数的变化特 性和临界点火条件,可以将化学点火机理分为3种 情况[91]:(1)火焰球解随着化学点火能的增加而逐渐 减小,临界点火条件为火焰传播曲线过(U,R)平面 的原点; (2) 当化学点火能逐渐增大时,火焰球解的 个数分别为零、二个和一个,临界点火条件为U-R图中的 C 形曲线和钟形曲线相交; (3) 当化学点火能 较小时无火焰球解,而当化学点火能超过某一值时 则有一个火焰球解,临界点火状态为C形曲线和火 焰核分支曲线相交. 研究还发现: 化学点火和热点火 在火焰核分支的产生、临界点火条件与火焰半径较 小时的火焰传播曲线均存在显著差异.同时,我们开 展了基于详细化学反应机理的直接数值模拟,其结 果验证了理论分析结论的正确性[91].

2.4 关于球形传播火焰的其他理论研究

以往的点火与球形传播火焰理论只考虑气相燃烧,而航空发动机高空再点火则发生在气液两相燃 气中.建立了考虑有限速率液滴蒸发的点火与火焰 传播理论模型,并通过渐近理论分析获得了描述火 焰核传播与临界点火条件的解析表达式^[92].在此基 础上,分析了液滴蒸发速率对临界点火半径、最小 点火能量、火焰传播速度以及 Markstein 长度的影响 规律及机制,解释了高空条件下航空煤油在贫燃料 工况下难以点火的现象^[92].另外,还揭示了有限速 率液滴蒸发对熄火过程的影响^[93].但本文理论分析 对液滴蒸发进行了简化处理,没有考虑单个液滴表 面由于蒸发引起的 Stefan 流.

上述理论分析表明,在点火与球形火焰传播过 程中,各个组分的质量扩散具有十分重要的作用.通 常由浓度梯度引起的 Fick 扩散是占主导地位的,而 由温度梯度引起的 Soret 扩散则相对较小 [12]. 因此, 在理论分析和数值模拟中,通常只考虑 Fick 扩散而 忽略 Soret 扩散. 但对于氡气或大分子碳氡燃料的层 流燃烧过程,当存在较大温度梯度时,Soret 扩散的 影响不可忽略^[94].建立了考虑 Soret 扩散的点火与 球形传播火焰模型,通过大活化能渐近分析获得了 相应的解析解^[95].在此基础上,研究了 Soret 扩散对 点火与球形火焰传播的影响^[95],发现 Soret 扩散会 降低轻质燃料的最小点火能而增加大分子燃料的最 小点火能.对于具有拉伸率的球形传播火焰, Soret 扩 散会与 Lewis 数以及当量比相结合来改变火焰燃烧 强度.对于轻质燃料, Soret 扩散会增加贫燃火焰的强 度和降低富燃火焰的强度;而对于大分子燃料,Soret 扩散的作用正好相反 [95].

类似于平面火焰,球形传播火焰也会受到热-扩 散不稳定性、流体动力学不稳定性以及振荡不稳定 性的影响. Bechtold 和 Matalon^[96] 对球形传播火焰开 展了线性稳定性分析,获得了扰动增长率随着扰动 波长变化的解析表达式. 他们 [97-98] 还基于大活化能 渐近分析获得表征热--扩散不稳定性的 Markstein 数 的解析表达式. 球形火焰的正拉伸率会使得火焰趋 于稳定[12,25],因此在火焰半径较小时(对应拉伸率 较大), 球形火焰面是光滑的. 而在火焰半径较大时, 火焰可能同时受到热-扩散不稳定性和流体动力学 不稳定性的作用. 热-扩散不稳定性在 Lewis 数小于 1时起作用. 而流体动力学不稳定性则跟火焰面前后 的密度差别和火焰厚度有关.环境压强越高,火焰 越薄,则流体动力学不稳定性越强.图 15 为丙烷/空 气球形传播火焰的纹影图像 [99]. 在当量比为 0.8 时, 预混气体的 Lewis 数大于 1,因此球形传播火焰是稳 定的,火焰面为光滑的球形.而在当量比为1.4时,预



图 15 丙烷/空气球形传播火焰的纹影图像,火焰半径为 2.5 cm,环境压强为 5 atm (左图当量比为 0.8,右图当量比为 1.4)^[99]
Fig. 15 Schlieren images of spherical propagating flames in C₃H₈/air mixtures at 5 atm. The flame radius is 2.5 cm (The equivalence ratio is

混气体的 Lewis 数小于 1, 球形火焰由于受到热-扩 散不稳定性的作用而呈现胞状结构.

0.8 and 1.4 respectively for the left and right images) ^[99]

热--扩散不稳定性和流体动力学不稳定性均会 导致火焰加速传播,近年来关于球形火焰加速传播 及其向爆轰转变是球形传播火焰的研究热点^[100-106]. Bradley 等^[100] 开展了半径达到4m的大尺度球形传 播火焰实验,发现火焰加速传播过程可以用以下关 系式描述

$$S = 773.9 \times \frac{3}{2} \left(\frac{R_{\rm f} - 0.91}{773.9} \right)^{1/3}$$
(78)

其中火焰半径 R_f 的单位为 cm,火焰传播速度 S 的单位为 cm/s. 上式积分之后则得到火焰半径 R_f 随着时间 t 呈幂指数增长的形式

$$R_{\rm f} = 0.91 + 773.9t^{3/2} \tag{79}$$

通常, 球形火焰的加速传播过程可用 Gostintsev 等^[107] 首次提出的幂律模型来描述

$$R_{\rm f} = R_{\rm f0} + At^{\alpha} \tag{80}$$

其中 A 是常系数, α 是加速指数. 这两个参数均依赖于预混气体的种类^[108]. 火焰加速出现在火焰半径为 R_{f0} ,并从火焰加速出现时开始计时 (即 t = 0时 $R_f = R_{f0}$). 通常假设加速指数为常数,因而有

$$S = \frac{dR_{\rm f}}{dt} = \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} (R_{\rm f} - R_{\rm f0})^{1 - \frac{1}{\alpha}}$$
(81)

图 16 给出了通过数值模拟^[78] 得到的火焰加速 指数随着火焰半径的变化情况.其中 ADI、OTM 及 SNB 分别代表绝热情况、只考虑辐射热损失、以及 同时考虑辐射热损失与辐射重吸收.图示结果表明, 在只考虑辐射热损失时,加速指数会随着火焰半径

报

的增大而迅速衰减,这与实验结果^[100]不吻合.因此 在研究火焰加速传播时,需要考虑辐射重吸收对火 焰传播的影响.



unstable spherical flame [78]

上述内容主要介绍了大活化能渐近分析在一维 平面预混火焰和球形传播火焰中的应用及相关研究 进展.大活化能渐近分析在扩散火焰、部分预混火 焰、自着火及缓燃转爆轰、以及其他形式的预混火 焰(如对冲预混火焰、管道中预混火焰传播、本森灯 火焰等)也有着广泛应用,相关研究进展可参考相关 综述文章^[24-25,27-30,109-111]和专著^[10-13].

3 总结与展望

大活化能渐近分析在燃烧理论中有着广泛的应 用. 囿于篇幅和作者的学识,本文只介绍了大活化 能渐近分析在一维平面预混火焰和球形传播火焰中 的应用. 对于一维平面预混火焰,通过大活化能渐 近分析可以获得层流火焰速度及可燃极限的解析表 达式,进而可以解释影响层流火焰速度及可燃极限 的各种因素.对于球形传播火焰,通过大活化能渐近 分析可以发展点火与球形传播火焰理论,该理论可 以完整地描述从火焰球到球形传播火焰转变的整个 过程. 基于该理论,可以揭示 Lewis 数和自由基输 运特性对临界点火条件与球形火焰传播的影响规律. 另外,对于平面火焰和球形传播火焰,可以采用大 活化能渐近分析获得预混气体的临界失稳条件.

虽然大活化能渐近分析在平面预混火焰和球形 传播火焰的研究中得到了广泛的应用,但作者认为 还有以下几个方面的亟待进一步研究:

(1)虽然部分研究中考虑了关于自由基的链支化

与链终止反应,但实际燃烧过程中的化学反应过程 极为复杂.为了揭示化学反应影响点火、火焰传播及 熄火过程的规律和机制,需要在大活化能渐近分析 考虑更复杂的化学反应机理.目前可行的方法为反 应速率比值渐近分析方法 (rate-ratio asymptotic analysis)^[112-113].但由于其远比大活化能渐近分析更为复 杂,反应速率比值渐近分析方法很少被应用在球形 传播火焰的理论研究中.

(2) 近年来,低温化学反应及其引发的冷火焰受 到了广泛的关注^[114-116].目前关于预混冷火焰的研 究还只能通过数值模拟和实验,尚缺乏关于预混冷 火焰形成、传播和熄灭的大活化能渐近分析.其中的 难点在于,需要发展能够准确地描述低温化学反应, 并适用于渐近理论分析的简化反应模型.

(3)本文讨论的点火与球形火焰传播均发生在原 先静止的气体中,而在实际燃烧过程中,环境气体 是流动.流动会导致自由基不易累积起来,从而会增 大最小点火能.因此需要采用大活化能渐近分析,研 究流动对点火与球形传播火焰的影响.

(4) 在关于有辐射热损失的预混火焰的大活化能 渐近分析中,通常只考虑热辐射导致的热损失,而 忽略辐射重吸收的影响.在富含二氧化碳稀释的预 混气体中,二氧化碳辐射重吸收对火焰的强化作用 通常是不可忽略的^[77,117].因此对该类预混燃气的平 面火焰及球形传播火焰,在采用大活化能渐近分析 时,需要同时考虑热辐射导致的热损失和辐射重吸 收导致的加热效应.

参考文献

- Kuo YH. On the flow of an incompressible viscous fluid past a flat plate at moderate reynolds numbers. *J Math Phys Camb*, 1953, 32: 83-101
- 2 Tsien HS. The Poincare-Lighthill-Kuo method. *Advan Appl Mech*, 1956, 4: 241-349
- 3 Van Dyke M. Perturbation Methods in Fluid Mechanics. Stanford, CA: Parabolic Press, 1975
- 4 Zeldowitsch JB, Kamenetzki DAF. A theory of thermal propagation of flame. *Acta Physicochimica Urss*, 1938, 9: 341-50
- 5 Zeldovich YB, Barenblatt GI, Librovich VB, et al. The Mathematical Theory of Combustion and Explosions. New York: Consultants Bureau, 1985
- Bush WB, Fendell FE. Asymptotic analysis of laminar flame propagation for general Lewis numbers. *Combust Sci Technol*, 1970, 1: 421-8
- 7 Bush WB. Asymptotic analysis of laminar flame propagation-review and extension. *Int J Eng Sci*, 1979, 17: 597-613
- 8 Williams FA. Theory of combustion in laminar flows. Annu Rev

1433

Fluid Mech, 1971, 3: 171

- 9 Linan A. Asymptotic structure of counterflow diffusion flames for large activation-energies. Acta Astronautica, 1974, 1: 1007-1039
- Buckmaster JD, Lundford GSS. Theory of Laminar Flames Cambridge: Cambridge University Press, 1982
- 11 Williams FA. Combustion Theory. Second edition ed: Benjamin-Cummins, Menlo Park, CA, 1985
- 12 Law CK. Combustion Physics. Cambridge: Cambridge University Press, 2006
- 13 Clavin P, Searby G. Combustion Waves and Fronts in Flows. Cambridge: Cambridge University Press, 2016
- 14 Poinsot T, Veynante D. Theoretical and Numerical Combustion. 2nd ed R.T. Edwards, Inc, 2005
- 15 Mallard E, Le Chatelier HL. Combustion des melanges gaseux explosifs. Ann Mines, 1883, 4: 379-568
- 16 Mitani T. Propagation velocities of 2-reactant flames. Combust Sci Technol, 1980, 21: 175-177
- 17 Holmes MH. Introduction to Perturbation Methods. 2nd ed. New York: Springer, 2013
- 18 Joulin G, Clavin P. Linear-stability analysis of non-adiabatic flamesdiffusional-thermal model. *Combust Flame*, 1979, 35: 139-153
- 19 Spalding DB. A Theory of inflammability limits and flamequenching. *Philos Trans R Soc London, Ser A*, 1957, 240: 83-100
- 20 Landau L. On the theory of slow combustion. *Acta Phys Chim*, 1944, 19: 77-85
- 21 Sivashinsky GI. Diffusional-thermal theory of cellular flames. *Combust Sci Technol*, 1977, 15: 137-146
- 22 Pelce P, Clavin P. Influence of hydrodynamics and diffusion upon the stability limits of laminar premixed flames. *J Fluid Mech*, 1982, 124: 219-237
- 23 Matalon M, Matkowsky BJ. Flames as gas-dynamic discontinuities. J Fluid Mech, 1982, 124: 239-259
- 24 Clavin P. Dynamic behavior of premixed flame fronts in laminar and turbulent flows. *Prog Energy Combust Sci*, 1985, 11: 1-59
- 25 Law CK, Sung CJ. Structure, aerodynamics, and geometry of premixed flamelets. Prog Energy Combust Sci, 2000, 26: 459-505
- 26 Sivashinsky GI. Instabilities, pattern-formation, and turbulence in flames. *Annu Rev Fluid Mech*, 1983, 15: 179-199
- 27 Clavin P. Premixed combustion and gasdynamics. Annu Rev Fluid Mech, 1994, 26: 321-352
- 28 Buckmaster J, Clavin P, Linan A, et al. Combustion theory and modeling. Proc Combust Inst, 2005, 30: 1-19
- 29 Matalon M. Intrinsic flame instabilities in premixed and nonpremixed combustion. Annu Rev Fluid Mech, 2007, 39: 163
- 30 Matalon M. Flame dynamics. Proc Combust Inst, 2009, 32: 57-82
- 31 Jin W, Wang JH, Zhang WJ, et al. Investigation of the heat loss effect on cellular flames via proper orthogonal decomposition. *Combust Sci Technol*, 2018, 190: 803-822
- 32 Eng JA, Zhu DL, Law CK. On the structure, stabilization, and dual response of flat-burner flames. *Combust Flame*, 1995, 100: 645-652
- 33 Matthews MT, Dlugogorski BZ, Kennedy EM. Influence of upstream versus downstream heat losson the structure and stability of planar premixed burner-stabilized flames. *Combust Sci Technol*, 2006, 178: 1373-1410

- 34 Chao BH. Instability of burner-stabilized flames with volumetric heat loss. *Combust Flame*, 2001, 126: 1476-1488
- 35 Kurdyumov VN, Matalon M. The porous-plug burner: Flame stabilization, onset of oscillation, and restabilization. *Combust Flame*, 2008, 153: 105-118
- 36 Kurdyumov VN, Sanchez-Sanz M. Influence of radiation losses on the stability of premixed flames on a porous-plug burner. *Proc Combust Inst*, 2013, 34: 989-996
- 37 Matalon M. On flame stretch. Combust Sci Technol, 1983, 31: 169-181
- 38 Candel SM, Poinsot TJ. Flame stretch and the balance equation for the flame area. *Combust Sci Technol*, 1990, 70: 1-15
- 39 Sivashinsky GI. Converging spherical flame front. Int J Heat Mass Transfer, 1974, 17: 1499-1506
- 40 Sivashinsky GI. Hydrodynamic theory of flame propagation in an enclosed volume. *Acta Astronautica*, 1979, 6: 631-645
- 41 Clavin P, Williams FA. Effects of molecular-diffusion and of thermal-expansion on the structure and dynamics of premixed flames in turbulent flows of large-scale and low intensity. *J Fluid Mech*, 1982, 116: 251-282
- 42 Frankel ML, Sivashinsky GI. On effects due to thermal-expansion and Lewis number in spherical flame propagation. *Combust Sci Technol*, 1983, 31: 131-138
- 43 Frankel ML, Sivashinsky GI. On quenching of curved flames. Combust Sci Technol, 1984, 40: 257-268
- 44 Bechtold JK, Cui C, Matalon M. The role of radiative losses in selfextinguishing and self-wrinkling flames. *Proc Combust Inst*, 2005, 30: 177-184
- 45 Matalon M, Bechtold JK. A multi-scale approach to the propagation of non-adiabatic premixed flames. *J Eng Math*, 2009, 63: 309-326
- 46 Clavin P, Grana-Otero JC. Curved and stretched flames: the two Markstein numbers. J Fluid Mech, 2011, 686: 187-217
- 47 Kelley AP, Jomaas G, Law CK. On the critical radius for sustained propagation of spark-Ignited spherical flames. AIAA Paper 2008-1054, 2008
- 48 Lewis B, Von Elbe G. Combustion Flames and Explosive of Gases. 2nd edition, New York: Academic Press, 1961
- 49 Deshaies B, Joulin G. On the initiation of a spherical flame kernel. Combust Sci Technol, 1984, 37: 99-116
- 50 Champion M, Deshaies B, Joulin G, et al. Spherical flame initiation-Theory versus experiments for lean propane-air mixtures. *Combust Flame*, 1986, 65: 319-337
- 51 Champion M, Deshaies B, Joulin G. Relative influences of convective and diffusive transports during sphericla flame initiation. *Combust Flame*, 1988, 74: 161-170
- 52 He L, Law CK. On the dynamics of transition from propagating flame to stationary flame ball. AIAA 99–0325, 1999
- 53 He LT. Critical conditions for spherical flame initiation in mixtures with high Lewis numbers. *Combust Theory Model*, 2000, 4: 159-172
- 54 Chen Z, Ju Y. Theoretical analysis of the evolution from ignition kernel to flame ball and planar flame. *Combust Theory Model*, 2007, 11: 427-453

- 55 Chen Z, Burke MP, Ju Y. On the critical flame radius and minimum ignition energy for spherical flame initiation. *Proc Combust Inst*, 2011, 33: 1219-1226
- 56 Kelley AP, Jomaas G, Law CK. Critical radius for sustained propagation of spark-ignited spherical flames. *Combust Flame*, 2009, 156: 1006-1013
- 57 Taylor SC. Burning velocity and the influence of flame stretch. [Ph D Thesis]. University of Leeds, 1991
- 58 Tseng LK, Ismail MA, Faeth GM. Laminar burning velocities and markstein numbers of hydrocarbon/air flames. *Combust Flame*, 1993, 95: 410-426
- 59 Tse SD, Zhu DL, Law CK. Morphology and burning rates of expanding spherical flames in H-2/O-2/inert mixtures up to 60 atmospheres. *Proc Combust Inst*, 2000, 28: 1793-1800
- 60 Chen Z, Qin X, Ju YG, et al. High temperature ignition and combustion enhancement by dimethyl ether addition to methane-air mixtures. *Proc Combust Inst*, 2007, 31: 1215-1222
- 61 Huang Z, Zhang Y, Zeng K, et al. Measurements of laminar burning velocities for natural gas-hydrogen-air mixtures. *Combust Flame*, 2006, 146: 302-311
- 62 Halter F, Tahtouh T, Mounaïm-Rousselle C. Nonlinear effects of stretch on the flame front propagation. *Combust Flame*, 2010, 157: 1825-1832
- 63 Chen Z. Effects of radiation and compression on propagating spherical flames of methane/air mixtures near the lean flammability limit. *Combust Flame*, 2010, 157: 2267-2276
- 64 Chen Z. On the accuracy of laminar flame speeds measured from outwardly propagating spherical flames: Methane/air at normal temperature and pressure. *Combust Flame*, 2015, 162: 2442-2453
- 65 Faghih M, Chen Z. The constant-volume propagating spherical flame method for laminar flame speed measurement. *Sci Bull*, 2016, 61: 1296-1310
- 66 Egolfopoulos FN, Hansen N, Ju Y, et al. Advances and challenges in laminar flame experiments and implications for combustion chemistry. *Prog Energy Combust Sci*, 2014, 43: 36-67
- 67 Wu Y, Chen Z. Asymptotic analysis of outwardly propagating spherical flames. *Acta Mech Sinica* 2012, 28: 359-366
- 68 Ronney PD. On the mechanics of flame propagation limits and extinguishment processes at microgravity. *Proc Combust Inst*, 1988, 22: 1615-1623
- 69 Ronney PD, Sivashinsky GI. A theoretical-study of propagation and extinction of nonsteady spherical flame fronts. *SIAM J Appl Math*, 1989, 49: 1029-1046
- 70 Chen Z. On the extraction of laminar flame speed and Markstein length from outwardly propagating spherical flames. *Combust Flame*, 2011, 158: 291-300
- 71 Kelley AP, Bechtold JK, Law CK. Premixed flame propagation in a confining vessel with weak pressure rise. *J Fluid Mech*, 2012, 691: 26-51
- 72 Wu FJ, Liang WK, Chen Z, et al. Uncertainty in stretch extrapolation of laminar flame speed from expanding spherical flames. *Proc Combust Inst*, 2015, 35: 663-670
- 73 Liang WK, Wu FJ, Law CK. Extrapolation of laminar flame speeds from stretched flames: Role of finite flame thickness. *Proc Combust*

Inst, 2017, 36: 1137-1143

- 74 Li XT, Hu EJ, Meng X, Peng C, et al. Effect of Lewis Number on nonlinear extrapolation methods from expanding spherical flames. *Combust Sci Technol*, 2017, 189: 1510-1526
- 75 Chen Z, Gou X, Ju Y. Studies on the outwardly and inwardly propagating spherical flames with radiative loss. *Combust Sci Technol*, 2010, 182: 124-142
- 76 Yu H, Han W, Santner J, et al. Radiation-induced uncertainty in laminar flame speed measured from propagating spherical flames. *Combust Flame*, 2014, 161: 2815-2824
- 77 Chen Z. Effects of radiation absorption on spherical flame propagation and radiation-induced uncertainty in laminar flame speed measurement. *Proc Combust Inst*, 2017, 37: 1129-1136
- 78 Chen Z. Effects of radiation on large-scale spherical flame propagation. *Combust Flame*, 2017, 183: 66-74
- 79 Dold JW, Weber RO, Thatcher RW, et al. Flame balls with thermally sensitive intermediate kinetics. *Combust Theory Model*, 2003, 7: 175-203
- 80 Dold JW. Premixed flames modelled with thermally sensitive intermediate branching kinetics. *Combust Theory Model*, 2007, 11: 909-948
- 81 Gubernov VV, Sidhu HS, Mercer GN. Combustion waves in a model with chain branching reaction and their stability. *Combust Theory Model*, 2008, 12: 407-431
- 82 Sharpe GJ. Effect of thermal expansion on the linear stability of planar premixed flames for a simple chain-branching model: The high activation energy asymptotic limit. *Combust Theory Model*, 2008, 12: 717-738
- 83 Sharpe GJ. Thermal-diffusive instability of premixed flames for a simple chain-branching chemistry model with finite activation energy. SIAM J Appl Math, 2009, 70: 866-884
- 84 Gubernov VV, Kolobov AV, Polezhaev AA, et al. Oscillatory thermal-diffusive instability of combustion waves in a model with chain-branching reaction and heat loss. *Combust Theory Model*, 2011, 15: 385-407
- 85 Sharpe GJ, Falle SAEG. Numerical simulations of premixed flame cellular instability for a simple chain-branching model. *Combust Flame*, 2011, 158: 925-934
- 86 Bai B, Chen Z, Zhang HW, et al. Flame propagation in a tube with wall quenching of radicals. *Combust Flame*, 2013, 160: 2810-2819
- 87 Zhang H, Chen Z. Effects of heat conduction and radical quenching on premixed stagnation flame stabilized by a wall. *Combust Theory Model*, 2013, 17: 682-706
- 88 Zhang H, Guo P, Chen Z. Outwardly propagating spherical flames with thermally sensitive intermediate kinetics and radiative loss. *Combust Sci Technol*, 2013, 185: 226-248
- 89 Zhang HW, Chen Z. Bifurcation and extinction limit of stretched premixed flames with chain-branching intermediate kinetics and radiative loss. *Combust Theory Model*, 2018, 22: 531-553
- 90 Zhang H, Chen Z. Spherical flame initiation and propagation with thermally sensitive intermediate kinetics. *Combust Flame*, 2011, 158: 1520-1531
- 91 Zhang H, Guo P, Chen Z. Critical condition for the ignition of reactant mixture by radical deposition. *Proc Combust Inst*, 2013, 34:

3267-3275

- 92 Han W, Chen Z. Effects of finite-rate droplet evaporation on the ignition and propagation of premixed spherical spray flame. *Combust Flame*, 2015, 162: 2128-2139
- 93 Han W, Chen Z. Effects of finite-rate droplet evaporation on the extinction of spherical burner-stabilized diffusion flames. *Int J Heat Mass Transfer*, 2016, 99: 691-701
- 94 Liang W, Chen Z, Yang F, et al. Effects of Soret diffusion on the laminar flame speed and Markstein length of syngas/air mixtures. *Proceedings of the Combustion Instituete*, 2013, 34: 695-702
- 95 Han W, Chen Z. Effects of Soret diffusion on spherical flame initiation and propagation. Int J Heat Mass Transfer, 2015, 82: 309-315
- 96 Bechtold JK, Matalon M. Hydrodynamic and diffusion effects on the stability of spherically expanding flames. *Combust Flame*, 1987, 67: 77-90
- 97 Bechtold JK, Matalon M. Some new results on Markstein number predictions. AIAA Paper 2000-0575, 2000
- 98 Matalon M, Cui C, Bechtold JK. Hydrodynamic theory of premixed flames: effects of stoichiometry, variable transport coefficients and arbitrary reaction orders. J Fluid Mech, 2003, 487: 179-210
- 99 Jomaas G, Law CK, Bechtold JK. On transition to cellularity in expanding spherical flames. J Fluid Mech, 2007, 583: 1-26
- 100 Bradley D, Cresswell TM, Puttock JS. Flame acceleration due to flame-induced instabilities in large-scale explosions. *Combust Flame*, 2001, 124: 551-559
- 101 Wu FJ, Jomaas G, Law CK. An experimental investigation on selfacceleration of cellular spherical flames. *Proc Combust Inst*, 2013, 34: 937-945
- 102 Yang S, Saha A, Wu FJ, et al. Morphology and self-acceleration of expanding laminar flames with flame-front cellular instabilities. *Combust Flame*, 2016, 171: 112-118
- 103 Kim WK, Mogi T, Kuwana K, et al. Self-similar propagation of expanding spherical flames in large scale gas explosions. *Proc Combust Inst*, 2015, 35: 2051-2058
- 104 Bauwens CR, Bergthorson JM, Dorofeev SB. Experimental study of spherical-flame acceleration mechanisms in large-scale propane-air flames. *Proc Combust Inst*, 2015, 35: 2059-2066

- 105 Kagan L, Sivashinsky G. Parametric transition from deflagration to detonation: Runaway of fast flames. *Proc Combust Inst*, 2017, 36: 2709-2715
- 106 Kagan L, Sivashinsky G. Transition to detonation of an expanding spherical flame. *Combust Flame*, 2017, 175: 307-311
- 107 Gostintsev YA, Istratov AG, Shulenin YV. Self-similar propagation of a free turbulent flame in mixed gas mixtures. *Combust Explo Shock*, 1988, 24: 563-569
- 108 Bauwens CR, Bergthorson JM, Dorofeev SB. Critical Peclet numbers for the onset of Darrieus-Landau instability in atmosphericpressure methane-air flames. Proc 25th ICDERS, Leeds, UK, August 2-7, 20152015
- 109 Buckmaster J. Edge-flames. Prog Energy Combust Sci, 2002, 28: 435-475
- 110 Sanchez AL, Williams FA. Recent advances in understanding of flammability characteristics of hydrogen. *Prog Energy Combust Sci*, 2014, 41: 1-55
- 111 Williams FA. Progress in knowledge of flamelet structure and extinction. Prog Energy Combust Sci, 2000, 26: 657-682
- 112 de Goey LPH, Hermanns RTE, Bastiaans RJM. Analysis of the asymptotic structure of stoichiometric premixed CH₄-H-2-air flames. *Proc Combust Inst*, 2007, 31: 1031-1038
- 113 Seshadri K, Bai XS. Rate-ratio asymptotic analysis of the structure and extinction of partially premixed flames. *Proc Combust Inst*, 2007, 31: 1181-1188
- 114 Ju YG, Reuter CB, Won SH. Numerical simulations of premixed cool flames of dimethyl ether/oxygen mixtures. *Combust Flame*, 2015, 162: 3580-3588
- 115 Ju YG. On the propagation limits and speeds of premixed cool flames at elevated pressures. *Combust Flame*, 2017, 178: 61-69
- 116 Zhang WK, Faqih M, Gou XL, et al. Numerical study on the transient evolution of a premixed cool flame. *Combust Flame*, 2018, 187: 129-136
- 117 Chen Z, Qin X, Xu B, et al. Studies of radiation absorption on flame speed and flammability limit of CO2 diluted methane flames at elevated pressures. *Proc Combust Inst*, 2007, 31: 2693-2700