博士研究生学位论文

题目：　分布式网络化控制系统的建模与分析

姓　　名	：	温　凯
学　　号	：	10686809
院　　系	：	工　学　院
专　　业	：	力学(力学系统与控制)
研究方向	：	关联系统与复杂网络
导师姓名	：	耿志勇教授

二〇一一年十一月

版权声明

摘 要

随着网络技术的成熟，微处理器和嵌入式系统的发展，控制系统逐步实现网络化。我们称多个异构子系统通过网络实现协作的整体系统为分布式网络化控制系统(Distributed Networked Control System，DNCS)。分布式网络化控制系统是当前控制理论研究的一个热点方向。本文针对分布式网络化控制系统展开研究，主要成果包括以下几个方面：

(1) 给出单回路网络化控制系统在鲁棒控制理论框架下的模型。针对强调通信环节非理想性的单回路网络化控制系统，把时滞、丢包和量化对系统带来的影响处理为满足一定约束的不确定环节，同采样后的标称离散系统形成反馈连接，从而将整个系统纳入到鲁棒控制的模型框架中，采用鲁棒分析方法得到保守性不同的结果。

(2) 给出了多回路非理想互联的代数描述。本文得到描述扇区约束非线性互联的约束矩阵，其本质是网络输入输出信号空间上的一个凸约束。这是对网络进行直接(explicit)描述的想法的初步尝试，也是对网络控制系统从单回路到多回路的研究扩展。本文关注的扇区约束非线性可以代表一大类问题，这种描述作为对网络本身的描述，非常容易整合到多回路网络化控制系统的分析中去。

(3) 得到了由异构子系统通过非线性互联组成的系统的稳定性分析结果。我们进一步研究得出系统稳定性与其所满足的积分二次约束乘子的特殊结构之间的等价关系。将互联所满足的代数约束和对象输入输出空间上锥约束相结合，采用输入输出方法将非线性互联结构整合到异构系统的分析中，得到一般性结果。针对由状态方程描述的稳定子系统所组成的系统，利用KYP(Kalman-Yakubovic-Popov)引理得到数值可解的判定条件。

(4) 给出了网络化控制系统的局部镇定控制器的设计方法。由于我们的研究具有一般性，对于一般的满足扇区约束互联异构系统，则是在稳定性结果的基础上，采用变量替换以及消元法得到可以数值求解的分布镇定控制器设计结果。

(5) 给出了涉及异构子系统、互联拓扑和非理想通信(时延、量化)三方面问题的分布式网络化控制系统的整体模型。我们重新定义了分布式网络化控制系统，全面考虑这三方面的问题，将它们纳入到统一的框架中，得到便于理论分析的整体模型。网络中的非理想特性被分成两部分，包括网络诱导

延时和其它静态非线性环节，分别用对象输入通道的不确定块和互联约束矩阵进行描述。分布式网络化控制系统的节点异构性、网络互联关系和通信通道的非理想特性通过算子理论统一到输入输出方法的框架下，得到系统的离散时间模型。类比连续时间系统结果，得到离散系统的扇区约束条件和稳定性判据。进一步处理对象中的不确定性，得到判定系统稳定性的LMI条件。

关键词：网络控制系统，分布式控制，鲁棒控制，异构子系统，扇区约束非线性互联

Modeling and Analysis of Distributed Networked Control Systems

Kai Wen (Dynamics and Control)
Directed by Professor Zhiyong Geng

Nowadays, network plays an important role in the economic and industrial applications. The improvement of technologies makes it more convenient for the coordination of spatially distributed systems. When a group of systems coordinate their actions via communication network, we label it as a distributed networked control system (DNCS). This thesis addresses the modeling and analysis of DNCS and the main contributions are as follows:

(1) A discrete system with uncertain block feedback is proposed to describe networked control systems(NCS) with network induced delays and quantization errors. The non-idealizations are unified in the classic robust control framework. Thus, the small gain theorem, μ tool and IQC method are used to get less conservative results, respectively.
(2) As first attempts, the non-ideal interconnection is explicitly described by the interconnection constraint matrix. And an algebraic constraint on the interconnection is established under the assumption that the nonlinearities of the interconnection satisfy sector conditions. It is a quadric cone constraint on the input-output product space of the network and ready to use for the analysis of multi-loop systems.
(3) The stability of distributed heterogeneous systems with static nonlinear interconnections is studied. Both the heterogeneities of the subsystems and the nonlinearities of the interconnections are considered. A necessary and sufficient condition is given, which shows the equivalence between the stability and an integral quadratic inequality defined by a specially structured operator. Then, together with the interconnection constraint matrix, a general stability condition is obtained. For the case of linear time invariant(LTI) subsystems, a frequency domain condition is given, which is numerically solvable by using KYP (Kalman-Yakubovic-Popov) lemma.
(4) Based on the analysis results, the distributed controller design methods are proposed for the a class of systems with LTI subsystems interconnected via non-

linear network.

(5) The notion of DNCS is put forward, which emphasizes the imperfect communication channels, communication topologies and heterogeneous subsystems. A unified model is established, where the network induced delays are lumped into the input channels of the subsystems as uncertain blocks, and the nonlinearities bounded by the vector sector conditions are described by the interconnection constraint matrix. The stability condition is then derived based on the input-output method and a numerically solvable condition is obtained.

Key Words: networked control system, distributed control, robust control, heterogeneous subsystem, sector bounded nonlinear interconnection.

目 录

插图

第一章 绪 论

1.1 引言

生命，用了亿万年的时间，从单细胞发展到多细胞再到由器官组成的有机生物体，构成了丰富多彩的大千世界。控制，则在一百多年的时间里，从单回路控制发展到分层控制再到网络化控制，构成了复杂的生产系统。在提高功能和降低成本的博弈中，成熟的技术不断被应用到控制上，涌现出各种新的控制系统。 计算机的出现，直接导致了控制系统的第一次飞跃。作为控制的

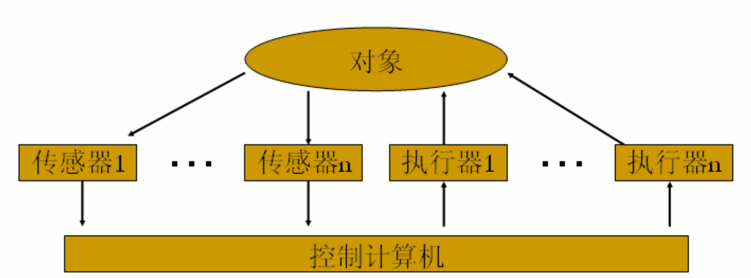


图 1.1 直接数字控制系统

核心，计算机直接输出控制所需结果，形成控制闭环，这种方式被称为直接数字控制(Direct Digital Controller，DDC，如图1.1)。DDC的出现使控制系统告别传统的模拟仪表，进入数字化控制时代。在控制精度提高的同时，各种先进控制算法不再受硬件的限制，复杂的事务得到轻松处理，并可以将多个控制集于一身，通用性也有很大的提高。 网络技术的出现带动了控制系统的第

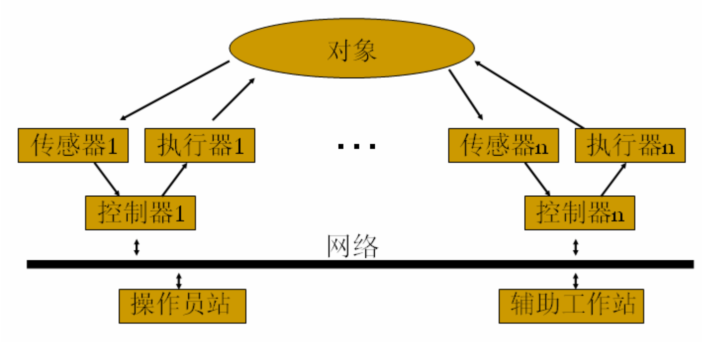


图 1.2 分布控制系统

二次变革。随着工业系统日益复杂，控制回路的进一步增多，单个DDC已经不

能满足工业的需求。由中小型计算机和微机共同作用的分层控制系统应运而生。过程级的DDC作为前置机直接对现场的工业设备进行过程控制。在多个过程级DDC的基础上，加入中小型计算机，对整个生产过程进行管理，完成上位机的功能。从而实现了控制功能和管理信息的分离，逐渐形成分布式控制系统(Distributed Control System，DCS，如图1.2)。DCS控制系统的特点是分散控制，集中管理。

从九十年代开始，随着网络技术的成熟，微处理器和嵌入式系统的发展，加之低廉的硬件设备，具有网络通讯功能的智能节点在控制系统中大显身手。智能节点是具有信息处理功能的控制单元，自身带有微处理机，可将信息远程分散处理。控制系统逐步和网络相融合，出现了基于网络通信的控制系统(Networked Control Systems，NCS) [1,2]。在智能节点大量应用的控制系统中，节点的分散是其一大特点。同时系统中的各个子系统间相互协调共同完成任务又具备了协作性。对于一组异构子系统通过网络协调工作，合作完成任务的系统，我们称之为分布式网络化控制系统(Distributed networked control system，DNCS，如图1.3) [3] 和传统控制系统相比，分布式网络控制系统优点

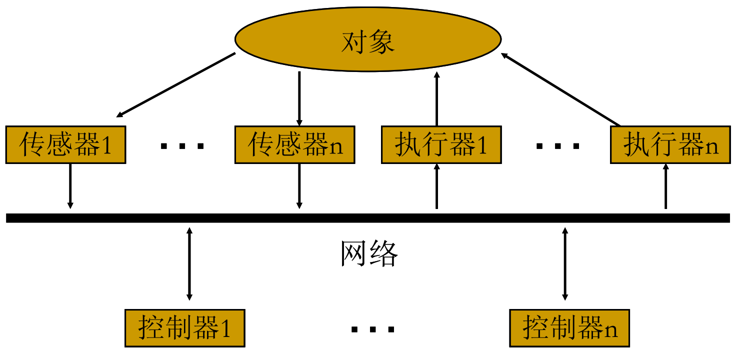


图 1.3　分布式网络化控制系统

显而易见。DNCS将串行通信网络引入控制系统，连接智能现场设备和自动控制系统，用数字信号代替模拟信号，提高了信号的抗干扰性和控制精度。同时大大减少设备互联，节省成本，降低系统接线的复杂性，易于维护和故障诊断，易于系统扩展，具有开放性。这里的“网络化”一方面体现在由于网络的引入，现场设备控制进一步趋向于分布化，其拓扑结构参照计算机局域网，包含星型、总线型和环型等几种扁平形式；另一方面体现在现场控制与上层管理相联系，将自动化孤岛连接起来形成网络结构。

1.2 分布式网络化控制系统的难点

虽然网络控制系统有很多优点，但网络使控制系统的规模和复杂性显著增加，系统发生了根本性变化。分布式网络控制系统是系统中的多个异构节点通过网络形成的控制回路。系统整体行为由两个方面共同决定：系统中的节点和通信网络。异构节点的动力学行为复杂，由各自动力学方程描述。各节点间通过通信网络实现信息的交换，而节点间的逻辑上互联关系则由提前设定的通信拓扑和网络的调度规则决定。网络的引入给控制带来很多新问题，如时滞 [4,5,6]，丢包 [7]，采样量化 [8,9]等，传统的控制方法所作的一些理想的假设已不再成立，控制与通信会相互影响因而需要综合考虑。分布式网络化控制系统属于计算机、通信网络和控制的交叉领域，理论基础和技术体系正在成形过程中，系统的建模、分析和设计面临一系列新的挑战。

1.2.1 通信非理想性

网络化系统中，控制器与远程控制对象的传感器和执行器等智能设备之间通过网络进行信息交流和共享，网络互联同传统的点对点连接相比有许多优点。在共享的数据网络中，除了要传送闭环系统的控制信号外，还要传送许多与控制信号无关的信息。由于目前通信带宽的局限性以及数据流量变化不规则等原因，网络控制系统中不可避免的存在资源竞争、网络拥塞和连接中断等现象。而这些现象会导致如下问题：

(1) 网络诱导延时

网络诱导延时是指由于网络的引入而使控制系统信息传输产生的延时。数据的等待和在网络中的传输时间称为网络延时，取决于网络自身的特点，呈现固定或随机的特征。在研究中通常根据网络诱导时延上界与传感器采样周期之间的大小关系，将其分为短时延和长时延。时延不超过采样周期为短时延，否则称为长时延。网络诱导时延存在于控制系统的信息反馈通道中，直接影响闭环系统的稳定性和动态性能，它是目前网络控制系统中最受关注的基本问题之一。

(2) 量化误差

网络本身是数字化的信息通道，连续信号要经过采样量化后以数据包的形式发送到网络上。这个过程必然产生相应的量化误差，其大小与传输的比特位数及输入信号相关。量化误差过大会使得系统失真，对控制系统的性能产生很大影响；量化误差过小会使网络负载迅速增加，进而影响整个系统的控制性能。

(3) 数据包丢失

网络中节点故障、连接中断以及传输过程中发生错误均会导致数据包丢失。此外，节点在规定的时间内未能成功地发送数据包也可视为数据包丢失。从系统结构上看，当数据包发生丢失时，相当于信息传输通道暂时被断开，使得系统的结构和参数发生较大的变化，不可避免地造成系统性能下降。现有的研究中，当数据包发生丢失时，通常的处理方法是继续沿用上一次未发生丢失时的数据。

(4) 单包/多包传输

由于网络是时分复用的，同时产生的多个数据包不能同时发送，也不能同时到达目标节点，这导致了控制系统仅能利用对象的部分信息计算控制量或利用部分控制量更新系统状态，给系统的建模、分析和设计带来了新的问题。

(5) 数据包时序错乱

数据包时序错乱是指数据包到达目标节点的时序与发送的时序不同，现有的研究中，数据包时序错乱问题可以通过在数据包中加入时间戳来弥补，转变成丢包问题处理。

网络通信中存在的这些不利影响因素，会降低系统的控制性能，严重时将会导致系统不稳定。

1.2.2 异构性和互联性

在分布式网络化系统中，整个系统是由异构节点构成的网状互联结构。传统的垂直结构，变成了扁平的网络组织结构，网络中各子系统地位平等，网络的整体行为由网络中的节点和节点间的互联共同决定。

在大系统中，有着相同或者接近相同控制特性的子系统称为个体。在个体组成的实际系统中，由于边界条件的存在，材料的各向异性以及子系统间的耦合效应，很难表现出同构性，因而异构性才是真实系统的性质。系统中各子系统动力学行为复杂，通过不同的动态方程进行描述，并且带有一定的不确定性，因而网络中的每一个子系统和传统意义上的系统是没有差别的。智能节点的大量使用，提高了数据采集和计算的本地化程度。网络的应用，使得控制的实现得以分布化、远程化，控制从集中控制转向了分布。处于不同位置的子系统具有自己特定的结构和功能，具有一定的自主能力，各子系统间通过通信网络实现信息交换，整个系统在一定的机制下协调工作，共同完成一项任务。系统的网络拓扑对整个系统协作特性产生很大的影响。在大系统理论中，互联结构一般假设不变，但互联关系必须要在系统分析中明确考虑。

DNCS的控制性能也会受到网络自身特点的影响。例如由于网络的调度而带来的时滞会使系统具有时变性，数字通信所带来的量化效应和有限字长效应会影响系统的控制精度等。这些问题都是因为控制回路中加入网络后，由于带宽资源的约束而导致的非理想特性。这些特性要在分析中有所体现，而不能假设通信是理想的，简单的描述为定常邻接矩阵形式。DNCS是在原来只关注对象、传感器和执行器三个环节的基础上，再加入网络环节。这不仅给控制回路带来了很多非理想因素，各子系统之间的互联关系也将成为影响系统整体性能的重要因素。

1.2.3 QoS VS QoC

服务质量(Quality of Service, QoS)，是考察数据网络的一个性能指标。过去，控制和通信没有交叉 [10]，两者可以分开设计。通信主要考虑数据的可靠传输与完整性，而不关心这些数据用来做什么。当节点故障或信息冲突时会发生丢包现象，这是在以QoS 为评价的通信网中要尽量避免的，所以大多数网络协议都有重传机制等补救方法来保证信息的完整性。然后再研究当通信的影响可以不计时，如何用数据信息实现反馈控制，以使控制对象达到一定的性能。在大的通信带宽下，通信和控制的分开考虑可以极大的简化设计工作的复杂性。由于现在网络规模越来越大，需要传输的控制和非控制信息量非常大。尽管网络的通信能力不断提高，但是每个子系统分配到的带宽很小，所以这种模块设计的有效性受到了挑战。

对实时反馈控制信息(例如, 测量值和控制信号) 来讲，控制理论更关注整个系统的控制性能(Quality of Control, QoC)。虽然系统是由通信网络连接的，但它只是实现控制闭环的手段，最终目的还是要保证控制的有效性。所以不进行信息的重发，丢弃过时的数据，始终发送最新的数据，更有利于最新信息的利用，保证信息的实时性。另一方面，通信网络也是系统的一部分，它的好坏也影响到整个系统的性能。闭环系统可以容忍一定数量的数据包丢失，但研究数据包丢失时系统是否稳定以及系统可以接受的最大丢包率无疑是很有价值的。

在控制未解决的问题中 [11]，第4.4个问题就是带有通信的分布控制问题，指出节点间交换信息受到通信网络的约束。研究的目的是为了设计出控制器和通信协议使控制目标达到最优。问题的难点在于采用不同模型（离散事件系统、离散系统、混杂系统、有限维线性系统、有限维高斯系统）下通信约束的表达和如何集成到控制器的描述中去。成熟的控制方法已经很多，但如何解决好建模问题，才是研究网络控制系统最应该关注的问题。

因此，针对网络通信带来的这些新问题，必须采用新方法、新理论，将网

络融入到控制系统的建模分析中，提出一整套有效的分析、设计和控制方法以满足工程实际的需要。

1.3 分布式网络化控制系统研究的现状

Murry和Astrom等 [11]根据控制在通讯网络领域所发挥作用的特点，将网络控制大致分为基于网络的控制和对网络的控制两种形式，本文关注的是基于网络的控制。针对分布网络控制系统的不同侧重点，当前的研究主要有两个方面：分别是单回路网络控制系统和多节点网络系统。

1.3.1 单回路网络控制系统

网络控制系统(NCS)强调的是通过通信网络实现闭环控制的单回路系统。网络控制系统的概念最早可追溯至20世纪80年代后期，Ray等人关于集成通讯控制系统(Integrated Communication Control Systems, ICCS)的研究 [12, 13]，可以看作是网络控制系统的雏形。NCS的概念首次出现在美国马里兰大学的Walsh等人的文章 [2]中。NCS 是当前控制理论研究的一大热点，仅在IEEE收录的文章中，到09年11月已有一千四百多篇(详见图1.4)，现在更是海量的文献。人们采用各种方法研究信息传输的时滞、通信约束、丢包和异步等由于网络的引入而对系统性能造成的影响 [14, 15]。

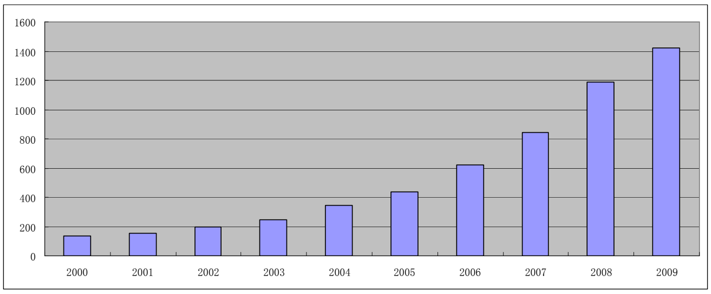


图 1.4　IEEE中收录的网络控制方面的文章情况

1.3.1.1 网络诱导时延

网络控制系统强调的是通过网络形成闭环，如图1.5所示。借助于零阶保持器和采样器，被控对象和控制器通过网络形成控制回路。控制对象通过传感器和带零阶保持器的执行器，对外表现出离散的特性。当系统采用静态控制器时，控制器两边的延时可以合并到一起作为整个控制回路的延时处理 [16]，如图1.6所示。 采用状态增广法可以得到系统模型：

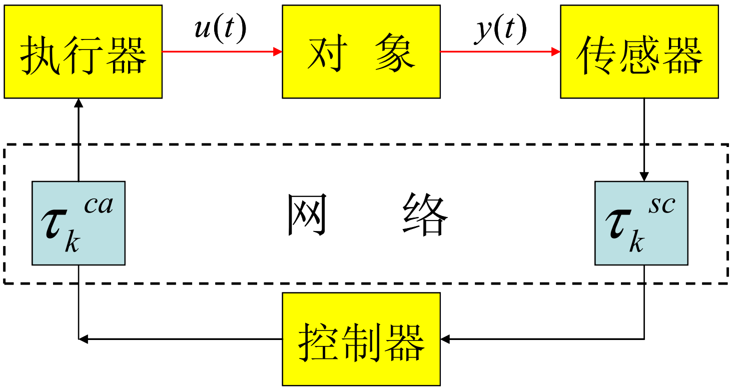


图 1.5 网络控制系统的闭环结构

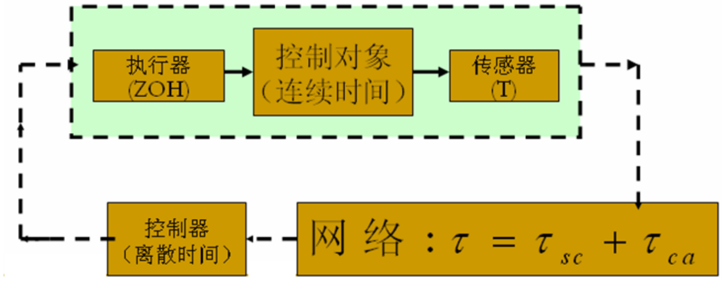


图 1.6 时延合并

$$z(k+1) = \Phi(\tau_k)z(k), \tag{1.1}$$

其中

$$\Phi(\tau_k) = \begin{bmatrix} e^{Ah} + \Gamma_1(\tau_k)BK & \Gamma_2(\tau_k)BK \\ I & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

在Luck和Ray [5]的研究中，分别在控制器节点和执行器节点的接端设置消息缓冲区，并保证缓冲长度比相应的网络延时要大。这样的处理可以保证网络延迟为常数，利用确定系统的方法对网络控制系统进行分析。Nilsson [6]将网络时滞分类为定常型、独立随机型和满足马尔可夫链的随机型，将网络延时对整个系统的影响转化为一个线性二次高斯(Linear Quadratic Gaussian, LQG)问题。 [8, 17, 18]也采用同样的方法针对长时滞且时滞变化不超过一个采样周期的情况，通过将时滞长度内的状态全部增广成一个状态向量，得到与1.1类似的系统模型并转化为LQG问题进行处理。文献 [19, 20]去掉了时滞变化不能超过一个周期的限制，将稳定性条件进一步放宽。网络信息的传输是离散事件，切换系统方法可以用来描述网络控制系统中的时滞。对于时滞超过一个周期的状态反馈NCS，可以描述为切换系统， [21, 22, 23, 24]的研究表明只要镇定后的系统

与原不稳定系统的切换满足一定条件，就可以保证控制的有效性。[25]的研究更为细致，文章基于Jordan型连续时间系统，对不确定时延在网络中各个阶段分别建立了离散模型，给出保守性较小的稳定性判定条件。所有这些结果在处理时滞都采用了李亚普诺夫方法，只是在模型的建立方法上互不相同。[23]用了Taylor级数，[16]用的是连续系统的最大奇异值结合时滞的上下界，[26]用到了间隔矩阵进行分析。[27,28,29]则分别针对传感器到控制器和控制器到执行器时延的不同假设用跳变系统方法给出不同结果。

网络的一大特征就是不确定性，而这非常适合采用鲁棒控制理论的研究方法 [30]。[31,32,33]将网络诱导时滞的不确定性转变成系统的不确定性。[34]针对系统的采样周期远小于被控对象的主导时间常数的情况，将系统看作连续系统给出了满足需要的鲁棒控制器。[35]利用基于线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)的鲁棒控制，通过状态反馈实现了闭环网络控制系统的H_∞控制。[36] 采用鲁棒控制方法处理带有不确定性被控对象的网络控制问题。[37]则分开考虑传感器到控制器，控制器到传感器的延时，结合网络的量化效应，最后建模为带有两个时延的非线性系统，构造出Lyapunov-Krasovskii函数，得到系统稳定性条件。[38]研究了对象带有加性或者稳定互质分解无结构不确定性的网络控制系统的鲁棒镇定问题，根据对象的不稳定极点，给出传输速率下界。

1.3.1.2 数据包丢失

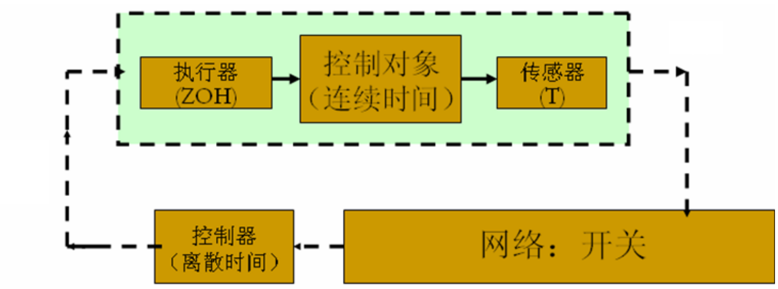


图 1.7　网络等效为开关

由于带宽有限，同一时刻网络只能传递有限的数据信息。如果只传输部分数据，传输时滞通常是可以忽略的(部分数据的通信耗时显然小于全部数据的通信耗时)，基于离散切换系统的方法，很多人对带宽受限情况下的网络控制系统展开研究 [24]。忽略网络中的时延影响，那么网络控制系统可以表示成如图1.7所示的系统。当数据成功传输时，相当于开关闭合，而当数据包丢失时，相当于开关打开，则控制器仍然使用上一次成功传输的数据，将系统看作在稳

定和不稳定状态之间随机切换。网络建模为开关的动态：

$$S_1 : \bar{x}(k) = x(k), S_2 : \bar{x}(k) = \bar{x}(k-1), \tag{1.3}$$

则网络系统为

$$z(k+1) = \Phi_s(\tau_k)z(k). \tag{1.4}$$

对应于S_1有$\Phi_1 = \begin{bmatrix} e^{Ah} & \Gamma BK \\ e^{Ah} & \Gamma BK \end{bmatrix}$，对应于$S_2$有$\Phi_2 = \begin{bmatrix} e^{Ah} & \Gamma BK \\ 0 & I \end{bmatrix}$。在此模型基础上，Yue Dong [39]综合考虑延时和丢包的情况，将网络中的时延作为不确定性，通过LMI工具给出控制器的设计方法。Liu [40]对时延增加Markov随机性假设给出迭代形式的LMI解。同样基于这种建模方法，Krotolica [41]和Lin Xiao [42]研究了有界长时延的情况。针对不同的时滞，通过状态扩展的方法，网络控制系统建模为Markov跳变系统，得到网络控制系统均方稳定的条件同时也得到相应的状态反馈矩阵。Sun [43]也将多包传输情况下的网络控建模为多个系统之间切换的开关，不同的是这个开关可以有多个位置。如果对象要通过n个空间上分布的传感器给控制器发送不同状态的信息，则数据会以n 个传输包发送，相应的有n个开关的状态。通过静态网络规划方法，使得传感器节点以固定顺序访问网络，那么如方程1.4描述的网络控制系统就有n个依次切换的状态。其指数稳定的条件就是$\lambda(\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_n)$在单位圆内。 [44]研究的则是存在多包丢失情况下，分别考虑传感器到控制器和控制器到执行器的丢包率，并整合到系统模型中作为随机参数，根据随机H_∞范数设计滤波器。

利用同样的切换模型，Brocket [45]针对多节点网络，提出通信序列概念，并给出通信约束条件下得到镇定控制律的算法；进一步，Wong 和Brocket [46, 47] 对通信约束条件下的系统状态估计问题和稳定性问题进行了深入探讨；Seiler [48]和Ishii [49]针对远程控制问题采用周期时间通信序列方法分别研究了丢包情况下的H_∞控制。 [50]研究了在通信受限的情况下，一个控制节点通过网络控制多个子系统的问题，并建立了具有控制和通信双重优化目标的离散系统模型。Hristu [51]则给出了在网络采用周期调度的情况下，线性时不变(Linear Time Invariant, LTI)系统的控制算法。在 [52,53,54,55,56]中，分别研究了丢包情况下的最优LQG问题，状态估计，反馈均方二次稳定，丢包概率上限等。但对于所有的随机模型来说，如果无法得到Markov状态转移矩阵，则所得到的方法失效。

1.3.1.3 量化

传感器得到的模拟数值在发送前会进行量化，转化为可以采用数据包传输的数字形式，而在执行器一端，数字量要转化为对象可接受的模拟量。在这个过程中，量化对数据精度和网络流量都会产生重要影响，过高的量化精度和采样速度都会对网络造成很大的负担，使网络性能下降，进而影响控制性能。在已有的研究中，人们的精力主要集中在量化效应本身 [57, 58, 59, 60]。针对量化不是非常粗糙的情况，由量化带来的误差常作为信号中的白噪声处理。更加精确的方式是将量化作为连续动态系统和计算机之间的有限状态机环节，这样可以处理非常粗糙的量化问题，常用于信息量的传输严重受限的情况 [61]。[62]最先研究量化状态反馈的问题，但考虑的是均匀量化情况。[63]研究的是对数量化器，当状态远离平衡点时量化可以粗糙，接近平衡点时量化要精细，从而采用较少的信息镇定对象。测量数据的精确性在数字化系统中是不存在的，同样在网络控制系统中，量化带来的误差也要考虑。NCS的兴起强化了量化在控制研究中的重要性 [64]。针对网络化控制系统，人们需要在考虑量化误差的基础上再加入网络诱导时延问题 [65, 66]。[67] 研究了无记忆量化器和随机丢包存在的网络化系统的稳定性。[68]研究了可以使网络化系统稳定的最小数据包。[69]基于Lyapunov-Krasovskii方法研究了带有时滞和饱和量化效应的线性系统。[70]的研究结果具有重要意义，文章将量化误差用扇区不确定性描述，把量化和控制统一于鲁棒控制框架中，文章引用率非常高。[71]进一步完善这种思想，将结果推广至多输入多输出对象情况，并提出多二次稳定的通用框架，分析了量化反馈系统的H_∞性能。

1.3.1.4 其它相关研究

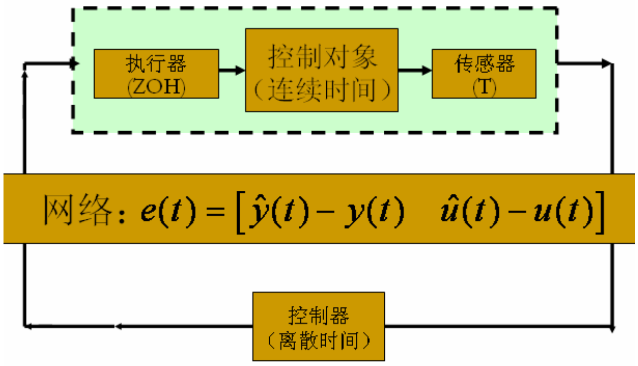


图 1.8　网络等效为引入误差的环节

[2]针对NCS连续系统模型，将网络建模为产生误差的模块，如图1.8。将误差也作为系统的状态联立到系统方程中，得到网络控制系统的基于变采样方法

的模型。率先提出最大允许传输间隔(Maximum Allowable Transmission Interval, MATI)概念，研究可以保持原系统稳定的传输时间间隔的最大值。 [72]又借助于K类函数将 [2]的研究结果推广到非线性对象的情况。 [41, 42, 8, 73, 74, 75]采用不同的方法对MATI的上界进行了改进， [76]给出了目前保守性最小的上界。但这种方法的本质仍是时滞系统的思想，采用Bellman-Gronwall不等式作为关键步骤使得所得结果的保守性再所难免。研究MATI的好处在于不增加模型复杂度的前提下，可以得到保证系统稳定的长时延上界。由于网络控制系统通过通信通道实现反馈，系统不可能接受无限大的时延，因此找到系统所能承受的时延上限具有实际意义。

由于网络传输的间歇性，在信号没有按时到达的情况下，控制器、执行器有两种策略：零输出和保持上一输出。 [77]在已知控制器增益的条件下，得到基于事件－－时间驱动策略的切换时滞系统模型。其核心是数据传输超时后，将控制输出设置为零，这样得到一个不稳定子系统，采用李亚普诺夫函数指数估计方法得到系统指数稳定的显式表达式。 [78]对照研究了在丢包情况下执行器采用零输入和保持原输入的情况，研究结果表明在某些情况下，零输入不会比保持输入的控制效果差。在可实现的情况下， [79]采用模型预测控制可以一次给出之后多次的控制信号，在一定程度上提高了控制精度，但要求增加计算和通信资源。当前关于单回路网络化控制系统的很多研究结果都是将这些非理想情况借助鲁棒控制，随机理论，时滞理论等转化成控制理论框架中的问题，采用Lyapunov方法将其作为系统的参数，得到参数依赖的结果，并结合LMI工具给出数值可解条件。这类处理方法往往局限于单回路的系统，很难将结果直接扩展到多回路网络的情况。因为网络本身并没有有机的融入到模型中，从而增加了分析的难度。

1.3.2 多自主体系统

工作在异步条件下的分布系统，协调自身行为达到共同目标，是网络化的多节点大系统。相对于直接硬连接的传统控制，网络控制系统通过软连接实现了子系统的互联结构。系统的整体由节点子系统和互联结构两部分共同组成。这就要求我们除了考虑分布系统特点，还要明确考虑互联本身的性质。系统的分布式结构、复杂时变的对象特性和网络特性三者相互影响共同决定系统整体的性能。对于多个自主体组成的系统，最近关于编队控制 [80, 81]，同步控制 [82]，多智能体控制 [83]等问题又重新激起了人们的研究兴趣。早期代表性研究工作主要是由Moylan和Hill在文献 [84]中给出的大系统的稳定性判据。近年的代表性研究工作有 [85]给出的稳定性分析与综合的条件。 [86]针对

由线性时不变节点通过线性互联构成的异构网络，利用S-包(S-hull，一种凸包概念的推广)概念，给出了类似于多变量Nyquist判据的频域稳定性判据。[87]利用耗散理论，给出在任意互联结构下，异构系统可以稳定的分布算法。[88]在此基础上，又进一步考虑了子系统间存在小的通信延时的情况。[89]修改了经典LQR代价函数，在原函数中加入一项依赖于拓扑结构的加权矩阵，明确考虑通信的代价，在控制性能和通信拓扑之间做出折衷，达到优化的目的。[90]用积分二次约束(Integral Quadratic Constraint, IQC)的方法分析了异构网络化系统的鲁棒性，并给出类似Popov判据的稳定性判定条件。[91]证明当所有的子系统都满足同一IQC时，如果此时互联矩阵又满足一定的条件(normal,可单位对角化)，那么系统的稳定性就可以通过检验互联矩阵特征值来确定。该类研究节点方式灵活，但往往假设系统间的互联具有无限高的精度，不存在非理想性。也有工作关注多个子系统之间的非理想通信，包括上一节提到的时滞、丢包、量化和采样等存在的情况下的一致性研究。[92]研究了节点带有扇区非线性的网络的整体稳定性。[93]研究了互联系统每个通道都带有时滞的系统的整体稳定性。[94]利用线性矩阵不等式方法估计了切换拓扑下允许的时滞范围。[95]考虑了存在非均匀时滞的多智能体系统一致性问题。[96]在考虑时滞的同时又加入了通信拓扑的切换。[97]研究了存在时变时滞的非线性多智能体系统的一致性问题。[98]用网络连接随机创建失败的形式建模考虑了存在通信丢包情况下的平均一致性问题。[99, 100]关注通信中存在量化的情形，分别研究了采用静态对数量化器和动态编解码器的多智能体系统一致性问题。[101]的研究相对全面，讨论了时变拓扑下对数量化器和均匀量化器对一致性的影响。[102]考虑了二阶积分器型多智能体系统的采样一致性问题，分析了采样周期、反馈增益与一致性的关系。以上工作都考虑到了网络的互联结构和通信中的非理想特性，但节点同构的假设对结果的应用范围是一个很大的限制。还有一大类相关的研究就是控制与通信的协同设计 [103]。针对多回路网络控制系统在受到带宽资源限制时，根据系统的控制性能，调度网络资源，以达到优化整体性能的目标。很多传统网络资源管理是一种静态策略。控制系统按提前设定的分配策略共享网络带宽，而不考虑系统运行过程中的动态变化，这种静态策略可以保证设计时的性能指标 [104]。[105] 给出每个子系统一个与分配到的资源相关的性能指标函数，然后优化系统可占有带宽。[106]采用的算法扩展了状态模型，并采用指数函数动态分配可用带宽。

1.4 本文的主要研究工作

综上所述，对于分布式网络化控制系统如何建立既直接包含网络主要特性

又包含子系统动态的模型，并对其进行稳定性分析与控制器设计是控制理论研究中普遍关注的问题。对于单回路网络控制系统的研究已经非常广泛，我们需要将结果扩展到多回路系统。对于多节点系统的研究已经运用于实际算法中，但需要进一步考虑网络本身的非理想性和节点的异构性，提高结果的准确性。本文全面考虑分布式网络化控制系统的特点，包括子系统的异构性，互联结构复杂性以及通信的非理想性三方面，将通信网络的非理想特性有效的纳入到控制系统的建模分析中，用控制的观点研究系统行为。本文的主要内容安排如下：

第一章为绪论。介绍了分布网络控制系统发展的概况和特点，分析了分布网络控制系统中存在的基本问题。从单回路网络控制系统和多节点系统两方面分别总结了分布式网络化控制系统不同关注领域的研究现状。最后说明了本文的主要研究工作。

第二章给出了本文常用的一些记号以及鲁棒控制理论和线性矩阵不等式证明中常用的几个引理，介绍了积分二次约束的相关知识和分析步骤，这些结果在后面的理论分析中起着重要作用。

第三章研究了单回路网络化控制系统的建模与分析问题，把通信回路中的时滞和量化问题转化到鲁棒分析框架下：将网络诱导时滞建模为不确定块，同量化误差一起作为离散标称对象反馈通道中的不确定性，从而得到整个系统的控制模型。然后用鲁棒控制中的小增益定理、μ分析和IQC分析方法，分别给出保守性不同的结果，仿真验证了结果的有效性。进一步，同已有的结果作出比较说明了本文所得结论的实用性。

第四章同时考虑节点的异构性和互联的非理想性两个问题，研究了分布异构节点通过满足扇区约束的网络实现互联的系统的整体稳定性。首先将整个互联结构本身作为一个输入输出环节，得到了它所满足的代数二次约束。然后得到系统稳定性与所满足的积分二次约束乘子的特殊结构之间的等价条件，并在此基础上得到异构互联系统稳定的一般性结论。针对LTI子系统的特殊情况得到频域结果，进而借助KYP(Kalman-Yakubovich-Popov)引理得到LMI判定条件。最后用一个五节点异构系统验证了结果的有效性。

第五章重点研究分布镇定控制器的设计。在第四章异构非线性互联系统稳定性结果的基础上，针对LTI异构节点通过非线性互联的一般情况，分别给出状态反馈和输出动态反馈的局部镇定控制器设计方法，并通过仿真例子说明了方法的有效性。

第六章在前面研究的基础上对分布网络化系统进行研究。其中系统节点为异构多入多出子系统，通信网络考虑时滞和量化等问题。首先将整个系统转

化为输入带有不确定块的系统算子和满足静态扇区约束的非线性互联结构两部分，得到系统的离散化模型。类比连续系统结果，得到离散系统的扇区约束条件和稳定性判据。进一步处理对象中的不确定性，得到判定系统稳定性的LMI条件。最后用TrueTime工具箱搭建网络仿真环境，验证了结果可以用于判定短时延情况下分布式网络化系统的稳定性。

最后总结全文的主要工作，展望分布网络控制系统进一步研究的内容。

第二章　预备知识

本章给出了本文常用的一些符号和概念，同时介绍了鲁棒控制和积分二次约束的相关内容。

2.1 常用记号

如果没有特殊说明，本文使用如下记号：$\mathbf{R}$、$\mathbf{Z}$和$\mathbf{C}$分别表示实数、整数和复数；$\mathbf{R}_+$表示全体正实数，$\mathbf{Z}_+$表示全体正整数；$\mathbf{R}^{n\times m}$表示$n\times m$维实矩阵组成的集合。$I_{n\times n}$表示$n\times n$维单位矩阵；$\mathbf{1}_n=[1,1,\cdots,1]^T\in\mathbf{R}^n$。一般假设系统状态方程中矩阵具有相容的维数。$\mathbf{RH}_\infty^{n\times m}$表示$n\times m$维稳定传递函数集合。对于给定的矩阵$A$，$A^T$表示其转置，$A^*$表示其共轭转置，$\det(A)$表示其行列式，$\|A\|$表示其算子范数，$\rho(A)$表示其谱半径，$\lambda(A)$表示方阵$A$的特征根。$diag(A_1,A_2,\cdots,A_n)$表示对角元素为$A_1,A_2,\cdots,A_n$的对角矩阵。

2.2 鲁棒控制与线性矩阵不等式

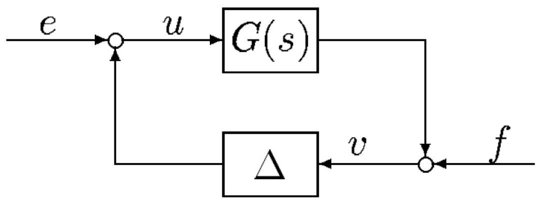


图 2.1　带有非理想环节的系统

模型是大多数控制设计的基础 [107]。对于我们研究的问题来说，由于网络本身就存在很多不确定性，而处理这些不确定性的有力工具之一就是鲁棒控制理论。我们将其中存在的非理想环节作为模型的不确定性来研究，使结果能够适应实际工作的需要。而鲁棒控制在工程领域的成功应用，离不开线性矩阵不等式数值求解 [108]。MATLAB软件中的线性矩阵不等式工具箱可以用来求解各种线性矩阵不等式问题，为鲁棒控制的分析与综合提供了方便。

在无结构摄动下标称稳定系统的鲁棒稳定性判据的基础是小增益定理：

定理 2.1: 设$G(s)\in\mathbf{RH}_\infty$并令$\gamma>0$,则如图2.1所示的互联系统对所有满足

(1) $\|\Delta\|_\infty\le 1/\gamma$的$\Delta(s)\in\mathbf{RH}_\infty$是适定的和内稳定的，当且仅当$\|G(s)\|_\infty<\gamma$;

(2) $\|\Delta\|_\infty< 1/\gamma$的$\Delta(s)\in\mathbf{RH}_\infty$是适定的和内稳定的，当且仅当$\|G(s)\|_\infty\le\gamma$。

与之对应的就是著名的有界实引理。由于本文在研究离散系统时用到小增益定理，这里只给出离散有界实引理，无穷范数的问题可以用LMI 工具箱中的求解器mincx来求解：

引理 2.2: 设常数$\gamma > 0$,那么系统稳定且$\|G\|_\infty < \gamma$，如果存在矩阵$P = P^T > 0$满足

$$\begin{bmatrix} A^TPA - P + C^TC & A^TPB + C^TD \\ B^TPA + D^TC & B^TPB + D^TD - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{2.1}$$

对于由本身就是由不确定性元件构成的系统，在系统水平上，这些不确定性是有结构的，假定有

$$\mathbf{\Delta}(s) = \{diag[\delta_1 I_{r1}, \cdots, \delta_s I_{rs}, \Delta_1, \cdots, \Delta_F] : \delta_i(s) \in \mathbf{RH}_\infty, \Delta_j \in \mathbf{RH}_\infty,$$

则定义

$$\mu_{\mathbf{\Delta}(s)}(G(s)) = \frac{1}{min\{\bar{\sigma}(\Delta) : det(I - G(s)\Delta), \Delta \in \mathbf{\Delta}(s)\}}$$

为$G(s)$关于结构不确性$\mathbf{\Delta}(s)$的最大的结构奇异值。结构奇异值用于定量描述最小的、使系统失稳的结构不确定性。

下面给出在鲁棒性分析和综合中常用的线性矩阵不等式结论。

引理 2.3: (schur补定理)对于给定的对称矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix},$$

下面三个条件等价：

(1) $S < 0$;

(2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;

(3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$.

引理 2.4: 给定矩阵Y, D和E，其中Y为对称矩阵, $\forall F$满足$F^TF < I$,

$$Y + DFE + (EFD)^T < 0,$$

当且仅当$\exists \varepsilon > 0$,

$$Y + \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0.$$

引理 2.5: (KYP引理)给定矩阵$A \in \mathbf{R}^{n\times n}$，$B \in \mathbf{R}^{n\times m}$，$M = M^T \in \mathbf{R}^{(n+m)\times(n+m)}$，并且$\forall\omega \in \mathbf{R}$，$det(j\omega I - A) \neq 0$, (A, B)可控，则下面两个条件等价：

(1)
$$\begin{bmatrix}(j\omega I - A)^{-1}B \\ I\end{bmatrix}^* M \begin{bmatrix}(j\omega I - A)^{-1}B \\ I\end{bmatrix} \leq 0, \forall\omega \in \mathbf{R}\cup\{\infty\}. \tag{2.2}$$

(2) 存在对称矩阵$P \in \mathbf{R}^{n\times n}$满足

$$M + \begin{bmatrix} A^TP + PA & PB \\ B^TP & 0 \end{bmatrix} \leq 0. \tag{2.3}$$

引理 2.6: (离散KYP引理)给定矩阵$A \in \mathbf{R}^{n\times n}$，$B \in \mathbf{R}^{n\times m}$，$M = M^T \in \mathbf{R}^{(n+m)\times(n+m)}$，并且$\forall\omega \in \mathbf{R}$，$det(e^{j\omega} I - A) \neq 0$, (A, B)可控，则下面两个条件等价：

(1)
$$\begin{bmatrix}(e^{j\omega} I - A)^{-1}B \\ I\end{bmatrix}^* M \begin{bmatrix}(e^{j\omega} I - A)^{-1}B \\ I\end{bmatrix} \leq 0, \forall\omega \in [-\pi, \pi]. \tag{2.4}$$

(2) 存在对称矩阵$P \in \mathbf{R}^{n\times n}$满足

$$M + \begin{bmatrix} A^TPA - P & A^TPB \\ B^TPA & B^TPB \end{bmatrix} \leq 0. \tag{2.5}$$

若(A, B)不可控，则上述严格不等式之间的等价性依然成立。

2.3 积分二次约束

积分二次约束(Integral Quadratic Constraint, IQC)源于三大领域：输入输出理论，绝对稳定性理论和鲁棒控制理论。由于可以通过更宽松的条件引入乘子，积分二次约束方法可以极大的简化定理的证明和计算。IQC可以很好的利用复杂或不确定系统元件的结构化信息描述外部信息的特性，将各种特性统一成用乘子限定的结构化形式，用于分析多个扰动和信号约束的组合。这种结构化形式通过自伴算子定义的二次型，将经典耗散理论中的乘子理论稳定性结果进行了统一和扩展，使得稳定性结论中的条件非常利于计算。本节主要介绍IQC理论基础 [109, 110]。

$\mathbf{L}_2$表示平方可积的信号空间，

$$\mathbf{L}_2 = \left\{ u : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^n \mid \|u\|_2 = \left(\int_0^\infty \|u(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} < \infty \right\},$$

其中$\|\cdot\|$为$\mathbf{R}^n$上的欧氏范数，$\|u\|_2$表示信号的$\mathbf{L}_2$范数。$\mathbf{L}_2$空间上内积的定义为

$$\langle u, v \rangle = \int_0^\infty u(t)^* v(t) dt, u, v \in \mathbf{L}_2.$$

设$f : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^n$为一个向量值信号，对于任意$T < 0$，定义其截断为

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t), & t \leq T \\ 0, & t > T \end{cases}.$$

用$\mathbf{L}_{2e}$表示有限平方可积信号空间，其定义为：

$$\mathbf{L}_{2e} = \{ u \mid u_T \in \mathbf{L}_2, \forall T \geq 0 \},$$

其中$\mathbf{L}_2$是$\mathbf{L}_{2e}$的子空间。

$\mathbf{L}_2$和$\mathbf{L}_{2e}$针对的是连续信号，离散信号也有相应的定义。我们用l_2表示平方可和的信号序列集合，

$$l_2 = \left\{ x : \mathbf{Z}_+ \to \mathbf{R}^n \mid \|x\|_2 = \left(\sum_{k=1}^{\infty} \|x(k)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty \right\},$$

其中$\|\cdot\|$为$\mathbf{R}^n$上的欧氏范数，$\|x\|_2$表示信号的l_2范数。l_2空间上内积的定义为

$$\langle u, v \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} u^T(k) v(k), u, v \in l_2.$$

离散序列$f : \mathbf{Z}_+ \to \mathbf{R}$的截断定义为

$$f_N(k) = \begin{cases} f(k), & k \leq N \\ 0, & k > N \end{cases}.$$

用l_{2e}表示有限平方可和信号序列的集合，其定义为：

$$l_{2e} = \{x \mid x_N \in l_2, \forall N \in \mathbf{Z}_+, N < \infty\},$$

同样，l_2也是l_{2e}的子空间。

在积分二次约束中，还有一个重要概念就是算子。算子是从一个赋范空间到另一个赋范空间的映射，可以看作是系统输入输出关系的一种数学表示。线性算子的范数为(对$\mathbf{L}_2$或l_2中的信号均成立)

$$\|H\|_{\mathbf{L}_2 \to \mathbf{L}_2 (l_2 \to l_2)} = \sup_{v \neq 0} \frac{\|Hv\|_2}{\|v\|_2},$$

简记为$\|H\|$。当该范数存在且有限时，算子H称为有界算子。有界算子H的伴随算子H^*满足

$$\langle Hu, v \rangle = \langle u, H^* v \rangle .$$

当$H^* = H$时，H叫做自伴算子。线性自伴算子H是正定的，如果存在$\alpha > 0$满足

$$\langle u, Hu \rangle = \int_0^\infty u^*(t)(Hu)(t)dt \geq \alpha^2 \|u\|_2^2, \forall u \in \mathbf{L}_2.$$

定义 2.1: 设系统为$y = Gu$, 对于给定的信号$u \in \mathbf{L}_{2e}(U)$，可唯一确定信号$y \in L_{2e}(Y)$，则称系统为适定的。

定义 2.2: 积分二次约束: 设Π为有界自伴算子，Δ为有界因果算子。那么Δ满足由Π定义的**IQC**，如果

$$\sigma(v, \Delta(v)) = \left\langle \begin{bmatrix} v \\ \Delta(v) \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} v \\ \Delta(v) \end{bmatrix} \right\rangle \geq 0, \tag{2.6}$$

记为$\Delta \in IQC(\Pi)$。

注记 2.1: 对于连续时间信号空间$\mathbf{L}_2$，算子Π可以取为传递函数，满足$\Pi(j\omega) = \Pi(j\omega)^*$，2.6等价于

$$\int_{-\infty}^\infty \begin{bmatrix} \hat{v}(j\omega) \\ \hat{\Delta}(v)(j\omega) \end{bmatrix}^* \Pi(j\omega) \begin{bmatrix} \hat{v}(j\omega) \\ \hat{\Delta}(v)(j\omega) \end{bmatrix} d\omega \geq 0, \tag{2.7}$$

其中$v \in \mathbf{L}_2$，$\hat{v}$是它的傅立叶变换。而对于离散序列信号空间l_2，算子Π可以取为传递函数，满足$\Pi(e^{j\omega}) = \Pi(e^{j\omega})^*$，2.6等价于

$$\int_{-\pi}^{\pi} \begin{bmatrix} \hat{v}(e^{j\omega}) \\ \hat{\Delta}(v)(e^{j\omega}) \end{bmatrix}^* \Pi(e^{j\omega}) \begin{bmatrix} \hat{v}(e^{j\omega}) \\ \hat{\Delta}(v)(e^{j\omega}) \end{bmatrix} d\omega \geq 0, \tag{2.8}$$

其中$v \in l_2$，$\hat{v}$是它的傅立叶变换。

针对图2.1所示的系统，IQC分析中有如下稳定性定理：

定理 2.7: 假设

(1) 对于所有$\tau \in [0,1]$，G与$\tau\Delta$的互联是适定的;

(2) 对于所有$\tau \in [0,1]$，$\tau\Delta \in IQC(\Pi)$;

(3) 存在$\varepsilon > 0$满足

$$\begin{bmatrix} G \\ I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} G \\ I \end{bmatrix} \leq \varepsilon, \tag{2.9}$$

那么整个系统是稳定的。

注记 2.2: 对于连续时间信号空间$\mathbf{L}_2$，2.9等价于条件

$$\begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi(j\omega) \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall \omega \in \mathbf{R} \cup \{\infty\}, \tag{2.10}$$

而对于离散序列信号空间l_2，2.9等价于条件

$$\begin{bmatrix} G(e^{j\omega}) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi(e^{j\omega}) \begin{bmatrix} G(e^{j\omega}) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall \omega \in [-\pi, \pi]. \tag{2.11}$$

采用积分二次约束方法进行系统分析的过程如下 [109]:

(1) 考虑如图2.1所示的系统，其中$G(s)$是线性时不变算子的传递函数，算子Δ表示反馈中的非理想环节(非线性、时变或者不确定性)。首先要寻求算子Δ所满足的积分二次约束。所有的积分二次约束的乘子Π 形成一个凸集Π_Δ。如果Δ由几个简单的元件组成，那么这些元件对应IQC的凸组合就可以形成对Δ的约束，

$$\Pi(j\omega) = \sum_{q=1}^{q=q_0} x_q \Pi_q(j\omega), \tag{2.12}$$

其中x_q为实数。

(2) 找出$\Pi \in \Pi_\Delta$使得不等式2.10成立。这个结果和2.7一起保证了图2.1中互联系统的稳定性。

(3) 设Π和G为适定有理函数且无虚轴极点，则存在$n \times n$维Hurwitz矩阵A，$n \times m$维矩阵B，和一组矩阵$M_q \in \mathbf{R}^{(n+m)\times(n+m)}$对所有$q$满足

$$\begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi(j\omega) \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (j\omega I - A)^{-1}B \\ I \end{bmatrix}^* M_q \begin{bmatrix} (j\omega I - A)^{-1}B \\ I \end{bmatrix}.$$

结合上一节列出的KYP引理，所以方程2.10等价于存在$n \times n$维对称阵$P = P^T$，满足

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} + \sum_{q=1}^{q=q_0} x_q M_q < 0. \tag{2.13}$$

原来的问题就变成了关于变量x_q和P的一个线性矩阵不等式，进而得到数值解。

对于离散时间序列也有同样的分析过程，这里不再赘述。

第三章　单回路网络化控制系统的建模与分析

3.1 引言

网络化控制系统(Networked Control System, NCS)最早由马里兰大学的Walsh提出 [2]。在网络化控制系统中，传感器、控制器、执行器和被控对象通过通信网络连在一起，设备之间数据通过共享的网络通道进行传输，从而形成控制闭环 [111]。网络的引入给控制系统的分析和设计带来很多新问题，网络控制系统成为控制理论研究的一个热点，主要关注控制系统引入网络后的稳定性分析和控制器综合，对诸如远程实时控制等的实际应用带来很大帮助。

但是NCS的一个专刊开篇文章 [112]就指出，当前研究NCS的结果多集中于单回路的情况，需要加强对多回路分布控制系统的研究。对于整个分布式网络化系统来说，系统整体是由多个子系统和多个交叉在一起的控制回路组成。由于当前关于NCS的结果多采用Lyapunov方法得到，网络引入的非理想环节常被归为Lyapunov函数中的参数进行处理，直接将单回路的结果扩展到多回路系统的做法比较困难。又不存在可以直接利用的多回路网络化系统模型。所以在处理多回路系统之前，如何直接描述网络本身的特性，将网络环节集成到系统的控制模型中，成为必须要解决的一个问题。建立既正确(合乎实际运行机理)又简单(便于进行理论研究)的单回路网络控制系统模型是进一步研究多回路系统的前提条件。

本章将通信带来的影响转化成控制回路中的不确定模块，把系统建模成一个反馈回路中带有不确定性的离散系统。针对这种鲁棒控制中常见系统，我们很容易用成熟的工具得到系统分析的结果。

3.2 单回路网络化控制系统的建模

考虑线性时不变(Linear Time Invariant, LTI)系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{3.1}$$

其中(A, B)可镇定，且存在矩阵K使得$A + BK$的特征根具有负实部，也就是K镇定原系统。不同于传统的控制系统，控制器和对象通过网络实现连接，如图3.1所示。

控制回路中网络的引入，不可避免的带来数据的延时，导致系统稳定裕度

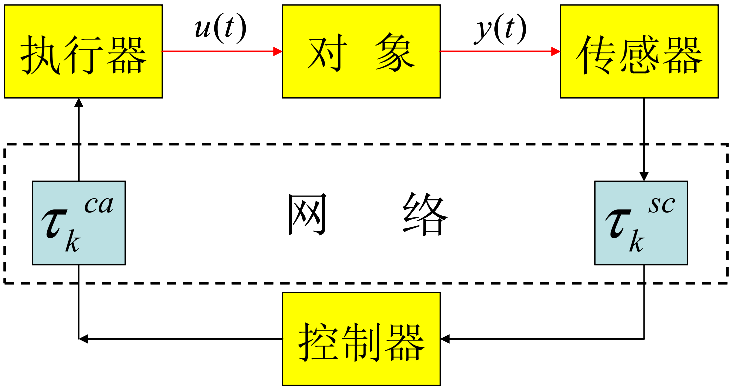


图 3.1 网络化控制系统

减小甚至不稳定。为了保证信息的完整性，数据网络会采用延后重发机制来提高网络服务质量(QoS)。但网络化控制系统更关注控制性能(QoC)，对于控制来说，最新的数据是最好的数据，所以Try-Once-Discard(TOD) [113]协议更适合控制应用的场合。协议假设本地传感器的采样足够快，可以保证时刻都有最新的数据用于传输。一旦网络联接建立起来之后，执行器在收到控制器的数据后，传感器马上会将最新的数据发到网络中。对于没有及时到达的信息，网络会将其丢弃而不再重新发送。这样，网络延时就只由数据在网络中的排队和传输产生。另外还要注意对象的输出采样是模拟值，量化转变成数字形式后再打包传输。对网络中的这两个主要问题，我们有如下的分析。

3.2.1 网络环节

3.2.1.1 采样和时滞

数据在网络中的传输本身消耗的时间是可以忽略不计的，时延主要来源于排队等待网络资源的使用权，主要由两部分组成：传感器到控制器的时延τ^{sc}和控制器到执行器的时延τ^{ca}。控制的计算时间可以算在它们两个任意一个之中，这对于结果没有太大影响。在定常控制中，这两处时延可以合并在一起作为第k个数据从传感器发送到执行器接收之间的总时延：$\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca}$ [16]。需要说明的一点是，这里并不用关注采样周期的大小，τ_k可以超过一个采样周期。所以即使发生了丢包，也不会对我们的分析方法有任何影响。基于上述分析，网络中数据包的传输如图3.2所示。

从对象的输入输出端来看，由于传输时延的不确定性，网络就像一个非周期采样器。$v(t_k)$表示第k个成功传输的数据，所有成功传输的数据的采样时刻$\{t_k\}$ 构成一个由不确定元素组成的集合。控制器采用事件驱动，只有新数据

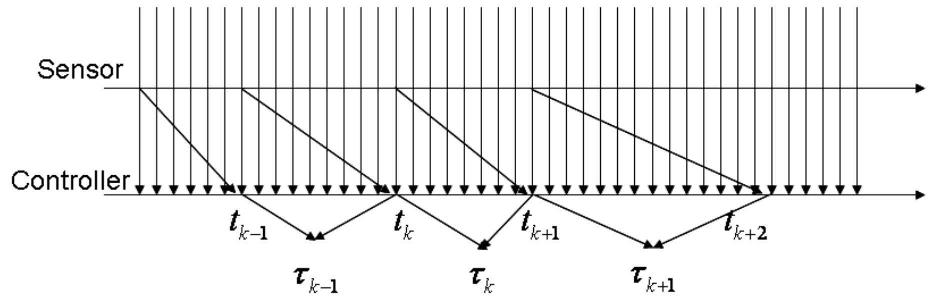


图 3.2　TOD协议和网络诱导时滞

到来时才更新控制输出。由于延时的存在，当前时刻的数据要到下一个时刻才会作用到对象上。所以到达执行器端的控制输入表示为：

$$\begin{aligned}&\hat{v}(t_k) = v(t_{k-1})\\&u(t) = K\hat{v}(t_k), t \in [t_k, t_{k+1}), t_0 = 0.\end{aligned} \tag{3.2}$$

既然网络在对象看来就像是一个采样器，那么我们可以定义网络总时延$\tau_k = t_{k+1} - t_k$为“采样间隔”。如果所有的τ_k都是常数，则整个系统可以按周期采样系统进行分析 [114]。由于实际网络调度的不确定性和各种扰动的存在，τ_k是一个时变参数，但是正常工作的网络并不会出现无限长的时延，所以满足$0 < h_l \leq \tau_k \leq h_u < \infty$，其中$h_l$和$h_u$是由网络本身决定。网络将整个系统变成了具有非周期采样性质的系统。

3.2.1.2 量化

传感器得到的模拟值不能直接用于数字网络传输，必须先进行量化，这将不可避免的带来量化误差。由于我们希望将网络引入的问题最终纳入到鲁棒控制的框架中，所以本文只考虑静态对数量化器的情况 [70]。静态量化策略保证了量化器的输出只和当时的输入有关，即对象的输出$y(\cdot)$经过采样之后的结果，具有如下形式，

$$v(\cdot) = q(y(\cdot)), \tag{3.3}$$

其中$q(\cdot)$表示对数量化器，满足$q(-\zeta) = -q(\zeta)$。对数量化器是一种特殊的量化器，它的量化级集合表示为

$$\Psi = \{\pm\alpha_i, \alpha_i = \xi^i\alpha_0, i = \pm1, \pm2, \cdots\} \cup \{\pm\alpha_0\} \cup \{0\}, 0 < \xi < 1, \alpha_0 > 0, \tag{3.4}$$

其中ξ是量化密度。可以得到对数量化器q的映射关系如下

$$q(\zeta)=\begin{cases}\alpha_i, & \frac{1}{1+\delta}\alpha_i<\zeta\leq\frac{1}{1-\delta}\alpha_i,\zeta>0,\\ 0, & \zeta=0,\\ -q(-\zeta), & \zeta<0,\end{cases}\tag{3.5}$$

其中$\delta=\dfrac{1-\xi}{1+\xi}$，反映量化误差的大小，如图3.3表示。 量化误差定义为

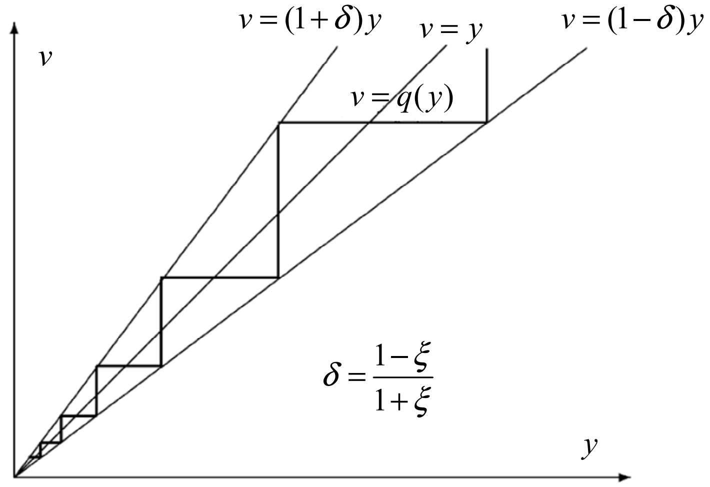


图 3.3　对数量化器

$$e(\cdot)=q(\cdot)-\zeta(\cdot)=Q\zeta(\cdot),\tag{3.6}$$

其中Q是属于区间$[-\delta,\delta]$的不确定参数。从图3.3 可以看出对数量化器的误差只和量化密度有关。

3.2.2 带有不确定性的模型

通过前面对各个非理想环节的处理，我们进一步将它们分别从网络中提取出来，图3.1 给出的标准NCS系统变成了图3.4所示的系统。 整个系统的方程

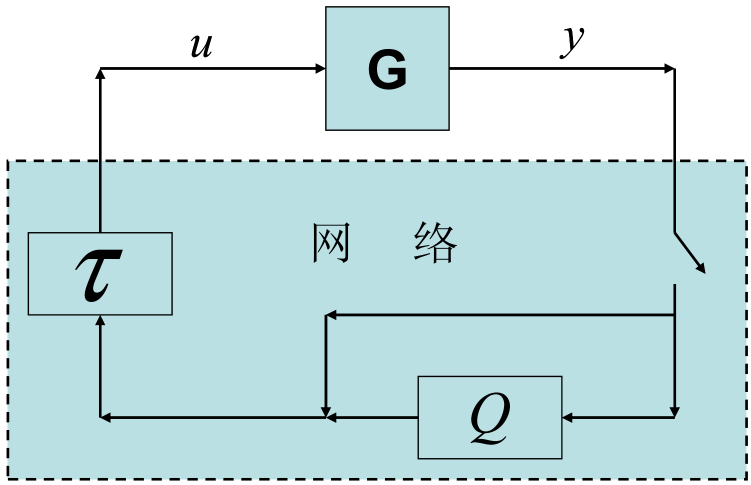


图 3.4　网络的采样、量化和时滞

为：

$$T:\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)\\ y=Cx(t)\\ u(t)=K\hat{v}(t_k),t\in[t_k,t_{k+1})\\ \hat{v}(t_k)=v(t_{k-1})\\ v(t_{k-1})=q(y(t_{k-1}))\end{cases}. \tag{3.7}$$

假设控制对象输出全部状态，即$C=I$，可以得到系统状态的变化如下：

$$x(t_{k+1})=e^{A\tau_k}x(t_k)+\int_0^{\tau_k}e^{Ah}dhBK(1+Q)x(t_{k-1}). \tag{3.8}$$

如果所有的传输间隔都相同，则方程3.8中的系数矩阵成为定常矩阵，整个系统变成周期采样量化反馈系统 [115]。但即使网络设计的再合理，也无法保证传输间隔相等，总会在一个固定值附近抖动。为了研究系统对这个抖动范围的鲁棒性，我们令$\tau_k=\tau_0+\theta_k$。τ_0 表示系统设计时的理论传输间隔，$\theta_k\in[h_l-\tau_0,h_u-\tau_0]$是由网络扰动带来的传输时间的变化。令 [114]

$$\Delta(\theta_k)=\int_0^{\theta_k}e^{A\eta}d\eta, \tag{3.9}$$

则有

$$\begin{aligned} & e^{A\tau_k} = e^{A(\tau_0+\theta_k)} = (I+\Delta(\theta_k)A)A_0, \\ & \textstyle\int_0^{\tau_k} e^{A(\tau_k-\eta)} d\eta B = \int_0^{\tau_0} e^{A(\tau_0+\theta_k-\eta)} d\eta B + \int_{\tau_0}^{\tau_0+\theta_k} e^{A(\tau_0+\theta_k-\eta)} d\eta B \\ & \quad = (I+\Delta(\theta_k)A)B_0 + \Delta(\theta_k)B, \end{aligned}$$

其中

$$\Delta(\theta_k) = \int_0^{\theta_k} e^{A\eta} d\eta, A_0 = e^{A\tau_0}, B_0 = \int_0^{\tau_0} e^{Ah} dh B.$$

对于每个更新时刻系统的状态，可以得到离散时间系统：

$$x(k+1) = [(I+\Delta(\theta_k)A)A_0]x(k) + [(I+\Delta(\theta_k)A)B_0 + \Delta(\theta_k)B]Kq(x(k-1)). \tag{3.10}$$

3.3 单回路网络化系统的分析

方程3.10可以归为方程3.11的一种，

$$x(k+1) = Mx(k) + Nx(k-1). \tag{3.11}$$

对于方程3.11所描述的系统，常用构造Lyapunov函数的方法来检验稳定性。

$$V(k) = x(k)^T P x(k) + x(k-1)^T R x(k-1). \tag{3.12}$$

对$V(k)$差分得到

$$V(k+1) - V(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}, \tag{3.13}$$

其中

$$\Omega = \begin{bmatrix} M^TPM - P + R & M^TPN \\ * & N^TPN - R \end{bmatrix}.$$

系统的稳定性可以通过$\Omega < 0$得到。按照这样的思路很容易得到系统稳定性的结果，并可以进一步得到控制器综合的方法。但是这种方法在扩展到多回路网络控制系统的时候会碰到很多问题。我们重新研究单回路网络控制系统的目的是为了得到一种形式简单且易于应用到多回路情况的系统模型。所以，我们将进

一步把模型放在鲁棒控制的框架中处理。

鲁棒控制的一个基本原则是“拉出Δ” [107]。基于这种想法，我们可以由方程3.10得到

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= [(I+\Delta(\theta_k)A)A_0]x(k) + [(I+\Delta(\theta_k)A)B_0 + \Delta(\theta_k)B]K(1+Q)x(k-1) \\
&= A_0x(k) + B_0Kx(k-1) \\
&+ \begin{bmatrix} I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta(\theta_k) & B_0KQ \\ 0 & \Delta(\theta_k)(AB_0+B)KQ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AA_0 & (AB_0+B)K \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

设$z(k)^T = [x(k)^T \;\; x(k-1)^T]^T$为增广状态，并令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0K \\ I & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} I & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} AA_0 & (AB_0+B)K \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta(\theta_k) & B_0KQ \\ 0 & \Delta(\theta_k)(AB_0+B)KQ \end{bmatrix},$$

系统变成如下的形式

$$\bar{T}: \begin{cases} z(k+1) = \bar{A}z(k) + \bar{B}u(k) \\ y(k) = \bar{C}z(k) \\ u(k) = \bar{\Delta}y(k) \end{cases}. \tag{3.15}$$

系统$\bar{T}$由离散LTI系统

$$\bar{G} = \bar{C}(zI - \bar{A})^{-1}\bar{B}$$

和不确定块$\bar{\Delta}$通过反馈互联组成，如图3.5所示。原系统T变成了鲁棒控制中的典型系统结构，直接使用小增益定理就可以判断系统的稳定性。

定理 3.1: 给定网络诱导延时和量化误差的界，设$\gamma > 0$，则系统$\bar{T}$是稳定的，如果

(1) $\rho(\bar{A}) < 1$;

(2) $\gamma\|\bar{\Delta}\|_\infty \leq 1$,

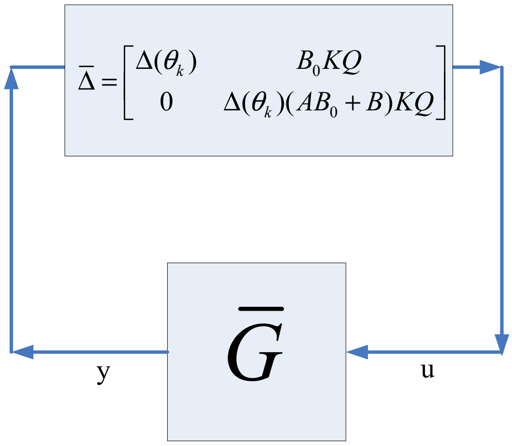


图 3.5 系统$\bar{T}$在鲁棒控制框架下的框图

其中γ是$\|\bar{G}\|_\infty$的上界，

$$\gamma > \|\bar{G}\|_\infty. \tag{3.16}$$

虽然这是一个很简单的结果，但是我们可以知道究竟$\bar{\Delta}$多大会导致系统不稳定。进而利用有界实引理，可以得到对应的数值解：

推论 3.2: 设常数$\gamma > 0$,那么系统稳定且$\|\bar{G}\|_\infty < \gamma$，如果存在矩阵$P = P^T > 0$满足

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^TP\bar{A} - P + \bar{C}^T\bar{C} & \bar{A}^TP\bar{B} \\ \bar{B}^TP\bar{A} & \bar{B}^TP\bar{B} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{3.17}$$

系统$\bar{T}$中$\bar{\Delta}$是2×2的分块矩阵，具有一定的结构信息。定理3.1将其作为一个大的不确定块会带来一定的保守性。我们可以利用不确定块的结构特征降低结果的保守性，进一步整理方程3.15，使系统$\bar{T}$中的不确定块$\bar{\Delta}$ 转变成适合μ理论处理的对角化结构不确性。

仍然设$z(k)^T = [x(k)^T \;\; x(k-1)^T]^T$为增广状态，令

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0K \\ I & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} I & I & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{C} = \begin{bmatrix} AA_0 & (AB_0+B)K \\ 0 & I \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

则方程3.14，可以整理成

$$\tilde{T}: \begin{cases} z(k+1) = \tilde{A}z(k) + \tilde{B}u(k) \\ y(k) = \tilde{C}z(k) \\ u(k) = \tilde{\Delta}y(k) \end{cases}, \tag{3.18}$$

其中的不确定块具有对角形式

$$\tilde{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta(\theta_k) & & \\ & B_0KQ & \\ & & \Delta(\theta_k)(AB_0+B)KQ \end{bmatrix}$$

广义对象为

$$\tilde{G} = \tilde{C}(zI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}. \tag{3.19}$$

整理后的系统具有如图3.6所示的μ分析的标准闭环结构

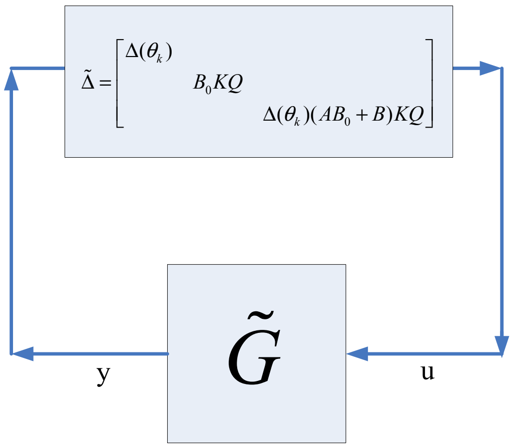


图 3.6　系统$\tilde{T}$在μ分析下的框图

对于系统3.18，由μ的定义 [107]直接得到下面结果。

定理 3.3: 设图3.6所示系统适定。则系统$\tilde{T}$是稳定的，如果存在正数$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$满足

(1) $\|\Delta(\theta_k)\|_\infty < \gamma_1$;
(2) $\|B_0KQ\|_\infty \le \gamma_2$;
(3) $\|\Delta(\theta_k)(AB_0+B)KQ\|_\infty \le \gamma_3$;
(4)
$$\sup_{\omega\in R} \mu_{\tilde{\Delta}}\left(\tilde{G}(e^{j\omega})\right) < \frac{1}{max\{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\}}. \tag{3.20}$$

注记 3.1: 最大奇异值的倒数就是导致系统失稳的最小无结构不确定块的一个度量。根据这个结果，我们可以找到系统的哪个环节最需要改进，这对实际系统的设计和改进有很大帮助。

我们也可以用积分二次约束的方法来降低结果的保守性。系统$\bar{T}$中$\bar{\Delta}$的难点是其右上角一块，我们可以将该块单独处理。受IQC稳定性定理2.7证明过程 [110]的启发，我们将$\bar{\Delta}$分成如图3.7所示的两个不确定块：

$$\bar{\Delta}_1 = \begin{bmatrix} 0 & B_0KQ \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\Delta}_2 = \begin{bmatrix} \Delta(\theta_k) & 0 \\ 0 & \Delta(\theta_k)(AB_0+B)KQ \end{bmatrix}. \tag{3.21}$$

由文献 [70]知$\bar{\Delta}_1$满足扇区约束，而$\bar{\Delta}_2$则可以用积分二次约束来描述。这里先用一般记号Π定义的积分二次约束给出如下引理。

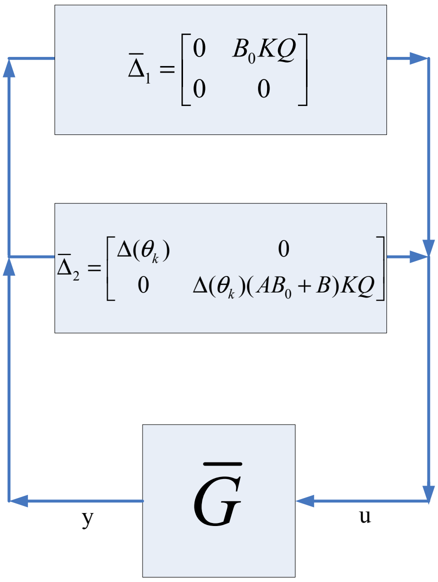


图 3.7　系统$\bar{T}$用于类似IQC分析的框图

引理 3.4: 设图3.7中所示系统是适定的，且有$\|\bar{\Delta}_1\| \leq \beta$, $\bar{\Delta}_2 \in IQC\left(\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{12}^* & \Pi_{22} \end{bmatrix}\right)$，如果存在$\varepsilon > 0$满足

$$\left(\frac{2b}{a} + \frac{a\beta\|\bar{G}\|^2}{1-\beta\|\bar{G}\|}\right) \cdot \frac{\beta\|\bar{G}\|^2}{1-\beta\|\bar{G}\|} < \varepsilon \tag{3.22}$$

和

$$\begin{bmatrix} \bar{G} \\ I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} \bar{G} \\ I \end{bmatrix} \leq -\varepsilon I, \tag{3.23}$$

则系统$\bar{T}$是稳定的，其中$\|\cdot\|$为算子范数且

$$a = \|\Pi_{11}\|, b = \|\Pi_{11}\| \cdot \|\bar{G}\| + \|\Pi_{12}\|.$$

证明: 设$w = \bar{\Delta}_2 v$且所有信号都有界，则

$$\begin{aligned}
0 &\leq \left\langle \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} v - \bar{G}w + \bar{G}w \\ w \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} v - \bar{G}w + \bar{G}w \\ w \end{bmatrix} \right\rangle \\
&= \left\langle \begin{bmatrix} v - \bar{G}w \\ 0 \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} v - \bar{G}w \\ 0 \end{bmatrix} \right\rangle + 2 \left\langle \begin{bmatrix} v - \bar{G}w \\ w \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} \bar{G}w \\ w \end{bmatrix} \right\rangle + \left\langle \begin{bmatrix} \bar{G}w \\ w \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} \bar{G}w \\ w \end{bmatrix} \right\rangle \\
&\leq \|\Pi_{11}\| \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\|^2 + 2 \left(\|\Pi_{11}\| \cdot \|\bar{G}\| + \|\Pi_{12}\| \right) \cdot \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\| \cdot \|w\| - \varepsilon \|w\|^2,
\end{aligned} \tag{3.24}$$

其中第一个不等式成立是因为$\bar{\Delta}_2 \in IQC(\Pi)$，最后一个不等式是根据稳定条件3.23和Cauchy不等式得到的。令

$$a = \|\Pi_{11}\|, b = \|\Pi_{11}\| \cdot \|\bar{G}\| + \|\Pi_{12}\|, x = \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\|, y = \|w\|,$$

由

$$\begin{cases} ax^2 + 2bxy - \varepsilon y^2 \geq 0, \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq -\frac{b}{a}y + \sqrt{\frac{b^2}{a^2}y^2 + \frac{\varepsilon}{a}y^2}, \tag{3.25}$$

根据3.24可以得到

$$\|w\| \leq \frac{1}{c_1} \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\|, \tag{3.26}$$

其中

$$c_1 = -\frac{b}{a} + \sqrt{\frac{b^2}{a^2} + \frac{\varepsilon}{a}}.$$

进一步由

$$\|v\| = \|v - \bar{G}w + \bar{G}w\| \leq (1 + \|\bar{G}\|/c_1) \cdot \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\| = c_0 \|(I - \bar{G}\bar{\Delta}_2)(v)\|, \tag{3.27}$$

其中

$$c_0 = 1 + \|\bar{G}\|/c_1,$$

得到

$$\|(I-\bar{G}\bar{\Delta}_2)^{-1}\| \le c_0. \tag{3.28}$$

而

$$I-\bar{G}(\bar{\Delta}_2+\bar{\Delta}_1)=(I-\bar{G}\bar{\Delta}_2)[I-(I-\bar{G}\bar{\Delta}_2)^{-1}\bar{G}\bar{\Delta}_1], \tag{3.29}$$

是可逆的，如果

$$\|(I-\bar{G}\bar{\Delta}_2)^{-1}\bar{G}\bar{\Delta}_1\| = \|\bar{G}\bar{\Delta}_1\|\cdot\|(I-\bar{G}\bar{\Delta}_2)^{-1}\| < 1, \tag{3.30}$$

根据不等式3.28，也就是

$$\|\bar{\Delta}_1\| < \frac{1}{c_0\|\bar{G}\|}. \tag{3.31}$$

由引理中条件$\|\bar{\Delta}_1\| \le \beta$，不等式3.31即要求

$$\beta < \frac{1}{c_0\|\bar{G}\|}. \tag{3.32}$$

■

将c_0, c_1表达式代入3.32得引理中条件3.22。

引理得证。

注记 3.2: IQC是一种处理不确定性的方法，可以用多个IQC描述同一个不确定性。因此，关于某个不确定性知道的信息越多，对它的限制就可以越精确，保守性也会随之大大减小。从而可以很好的利用实际可以得到的所有条件，将结果的保守性降到最低。

由 [116]知结构不确定性$\Delta = diag(\Delta_i) \in IQC(\Pi)$，其中

$$\Pi \in \tilde{\pi} = \left\{ \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & -D \end{bmatrix} \mid D \in \{diag(d_i I_i), d_i \in \mathbf{R}_+\} \right\}. \tag{3.33}$$

具体针对3.21中的分块对角不确定性$\bar{\Delta}_2$，我们得如下定理。

定理 3.5: 设图3.7中所示系统是适定的，且有$\|\bar{\Delta}_1\| \le \beta, \bar{\Delta}_2 \in IQC(\Pi)$，如果存在$\varepsilon > 0$ 满足

$$\left(2\|\bar{G}\| + \frac{a\beta\|\bar{G}\|^2}{1-\beta\|\bar{G}\|}\right)\cdot\frac{\beta\|\bar{G}\|^2}{1-\beta\|\bar{G}\|} < \varepsilon \tag{3.34}$$

和

$$\begin{bmatrix} \bar{G} \\ I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} \bar{G} \\ I \end{bmatrix} \leq -\varepsilon I, \tag{3.35}$$

则系统$\bar{T}$是稳定的，其中

$$a = max\{d_1, d_2\}, \Pi \in \hat{\pi} = \left\{ \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & -D \end{bmatrix} \mid D \in \{diag(d_1 I_1, d_2 I_2), d_1, d_2 \in \mathbf{R}_+\} \right\}.$$

根据方程3.15得到系统$\bar{G}$的状态空间表达式，从而得到引理3.4中不等式3.23的频域表达式

$$\begin{bmatrix} \bar{G}(e^{jw}) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi(e^{jw}) \begin{bmatrix} \bar{G}(e^{jw}) \\ I \end{bmatrix} \leq -\varepsilon I, \forall w \in [-\pi, \pi]. \tag{3.36}$$

当其中的算子Π为定常实矩阵时，根据离散KYP引理，我们可以得到如下的数值可解LMI条件。

推论 3.6: 设引理3.4中的矩阵Π为定常实矩阵且具有分块结构$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{12}^* & \Pi_{22} \end{bmatrix}$，则引理3.4中的条件3.23可以换成如下条件：
如果存在矩阵$P = P^T$满足

$$\begin{bmatrix} \bar{C}^* \Pi_{11} \bar{C} & \bar{C}^* \Pi_{12} \\ \Pi_{12}^* \bar{C} & \varepsilon I + \Pi_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{A}^T P \bar{A} - P & \bar{A}^T P \bar{B} \\ \bar{B}^T P \bar{A} & \bar{B}^T P \bar{B} \end{bmatrix} < 0. \tag{3.37}$$

3.4 仿真实验

例 3.1: 为了验证结果的有效性，我们首先利用Truetime工具箱 [117] 搭建如图3.8所示的仿真系统。该系统模拟图3.1 所示的NCS结构，包括智能传感器、通信总线、远程控制器和执行器等四部分。传感器是时间驱动节点，控制器和执行器都是事件驱动节点，网络采用TOD协议。被控对象是一个DC伺服电机，传递函数为 [117]

$$G(s) = \frac{1000}{s^2 + s - 2}. \tag{3.38}$$

对应于对象的最小实现，选择控制器增益选为$K = 0.00225$使得$A + BK$的特征根均为负实部。

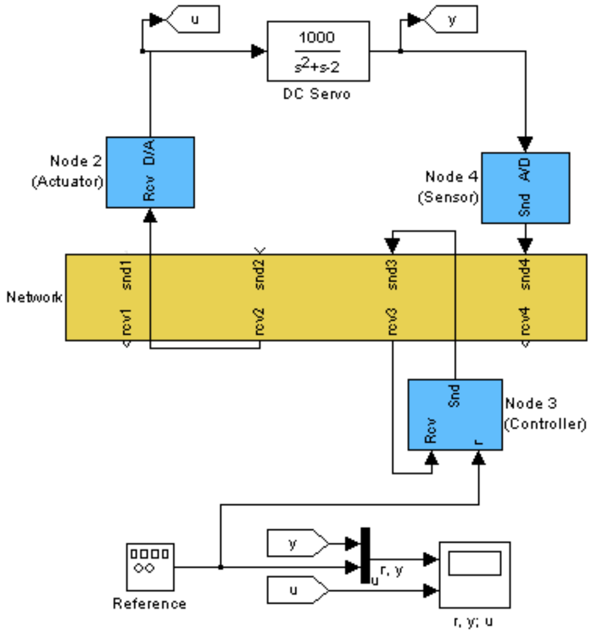


图 3.8　NCS仿真结构图

量化器误差满足的扇区的参数为$\delta = 0.0255$。系统设计传输间隔是$\tau_0 = 0.01s$，但存在随机波动$\theta_k \in [-0.005, 0.005]$，如图3.9所示。从仿真结果(图3.10)可以看出整个系统是稳定的。进一步计算可以得出$\bar{G}$的H_∞范数为0.6676。对于$\theta_k \in [-0.005, 0.005]$和$\|\Delta\| < 0.0255$，定理3.1 成立，同时易知定理3.3、3.5也成立。这就说明了我们得到结果的有效性。

例 3.2: 为了对比不同结果的保守性，我们假设不存在量化误差，采用 [118]和[119]中用到的系统

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0.05 & 0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ -0.2 & -0.1 \end{bmatrix}, C = K = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.39}$$

首先，通过Matlab对系统模拟仿真，发现时滞在$[0, 50]$之间取值都可以保证系统稳定。对于不存在量化误差的系统，我们只要关注$\Delta(\theta_k)$即可。定理3.1得到时滞上界为1，结果的保守性来自于$\bar{\Delta}$的满块假设。定理3.3也只能将上界提高到3。采用 [114]中给出的积分二次约束形式，根据推论3.6得到的上界为10，相应的决策变量个数为11。而 [120]中得到的上界达到了25，虽然精度得到提高，但文献中的方法需要57个决策变量。所以，我们可以根据实际的情况，采用不同方法在计算复杂度和精度之间折衷。

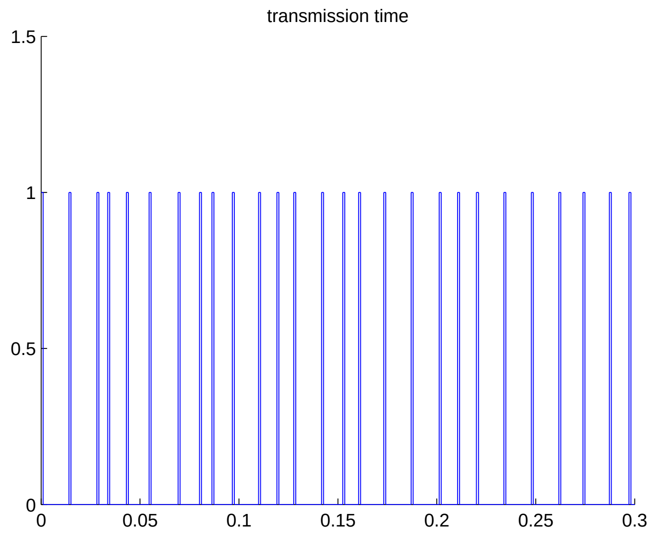


图 3.9　数据传输时间图：高为传输，低为空闲

3.5 本章小结

本章研究了具有采样、时滞、丢包和量化效应等非理想特性的单回路网络化控制系统。在 [70]和 [114]的基础上，我们将NCS建模为反馈通路带有不确定块的离散系统，该模型形式简单，可以方便的扩展到多回路网络化控制系统的研究中。在鲁棒控制的框架下，分别采用小增益定理、μ工具和IQC方法分析系统的稳定性，得到保守性不同的结果。最后，两个仿真例子分别用于验证结果的有效性和不同方法的保守性。

尽管我们考虑了网络引入控制系统后带来的主要问题，但仍有一些非理想特性，包括调度、多包传输等，无法纳入到模型中去。而NCS更加完善、合理和便于分析的模型也有待进一步探索。

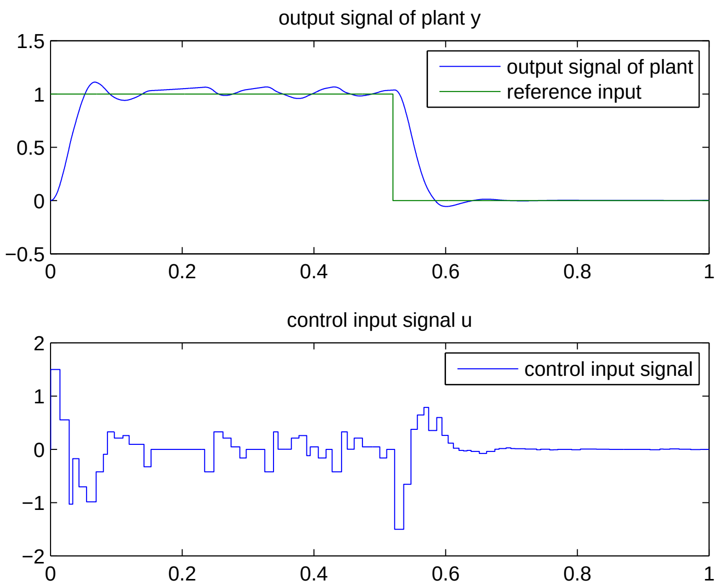


图 3.10　输入为方波时系统仿真结果

第四章　具有非线性互联的分布异构系统的稳定性

4.1 引言

随着电子、计算机和通信技术在现代控制中的成熟应用，大系统的分布控制与合作在网络环境下的实现更加便捷。出现了很多由明确分工的异构子系统组成的整体系统，如工厂里的生产线、不同类型机器人组成的多智能体系统、飞机或舰船编队等。这些系统都具有相同的特点：相对独立的分布异构子系统之间通过通信实现信息交互以合作完成共同任务。近年来，该类系统的研究成为新的热点之一。相关的结果在一定的假设，如同构节点、积分器节点、理想互联等，下得到。从系统的角度看，过度关注设备级的信息对系统整体性能的分析是没必要的；但把每个子系统简化成图论中的一个节点会导致子系统本身的动态特征几乎完全丢失，不能完全反映真实的系统。另一方面，子系统之间通过串行通信建立的互联关系也会影响整个系统的行为，所以，要对其中的非理想特性直接进行分析 [112]。

本章研究带有非线性互联的异构大系统的稳定性问题。其中各异构子系统为具有一般动态的有界算子；系统的互联拓扑任意但固定不变；子系统之间的互联为满足扇区约束的非线性环节。这里选择扇区非线性一方面是因为它代表了一大类非线性，具有一般性；另一方面它也可以将不确定性包含在内，同第三章的结果联系起来。本章考虑的问题与已有的研究有一定的区别，具体的改进如表4.1所示。

4.2 问题描述

考虑由$n(n \geq 2)$个异构子系统通过非线性互联组成如图4.1所示的系统。 假设子系统为单入单出动态系统(这里的单入单出假设只为叙述方便，相应结果可

表 4.1　相关研究的比较

研究方向	局限性	本章研究对象
多智能体系统	同构性假设	异构节点子系统
大系统	理想互联假设	扇区约束非线性
网络控制系统(NCS)	单回路	互联拓扑

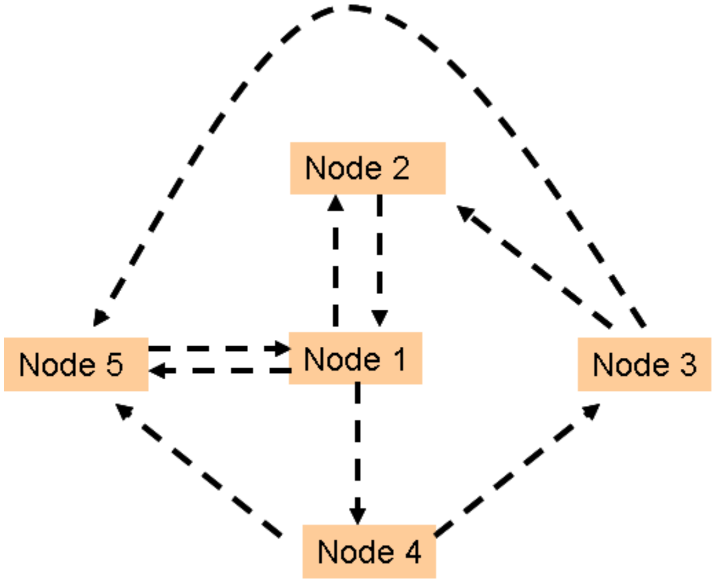


图 4.1　异构系统的非线性互联

以直接扩展到多入多出系统)

$$G_i : \begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_i, u_i), \quad x_i(0) = x_i^0 \\ y_i = h_i(x_i, u_i) \end{cases} \qquad i = 1, 2, \cdots, n, \tag{4.1}$$

其中$x_i(t) \in X_i = \mathbf{R}^{n_i}$为子系统$i$的状态，$u_i \in U_i = \mathbf{R}$和$y_i \in Y_i = \mathbf{R}$分别是子系统$i$的输入输出，$X_i, U_i, Y_i$分别是状态和输入输出空间。$f_i : X_i \times U_i \to X_i$和$h_i : X_i \times U_i \to Y_i$为两个足够光滑的映射。设子系统$i$零状态可检测，即当$u_i = 0$时，$y_i = 0$意味着$\lim_{t\to\infty} x_i(t) = 0$。设输入信号$u_i \in L_{2e}$，输出$y_i \in L_{2e}$，则子系统$i$在给定初始条件下可以认为是信号空间$\mathbf{L}_{2e}(U_i)$ 到$\mathbf{L}_{2e}(Y_i)$的映射。用算子G_i表示该系统，

$$y_i = G_i u_i, i = 1, 2, \cdots, n. \tag{4.2}$$

我们将系统中所有的子系统放一起，记为

$$y = Gu, \tag{4.3}$$

其中$u = [u_1, \cdots, u_n]^T, y = [y_1, \cdots, y_n]^T$，而$G = diag(G_1, G_2, \cdots, G_n)$称为系统算子。这里需要注意$G$的对角形式只是一种记法，并不表示$G$是线性的。

实际中的子系统之间可能通过各种关系联系在一起，我们这里假设它们之

间的互联是时变静态非线性环节。这里的“静态”是指互联环节在任何时刻的输出端信号只和当时的输入端信号有关。每个通道中存在的不确定性导致它的非线性特性是时变的。设子系统j 的输出馈入子系统i，则它们之间存在一个连接，记为$\varphi_{ij}: \mathbf{R}_+ \times Y_j \to U_i, \varphi_{ij}(t,0) = 0, \forall t \in \mathbf{R}_+$，其中$\varphi_{ij}$是连续的，且关于第二变量满足局部Lipscitz 条件。设互联满足扇区条件：

$$\underline{k}_{ij} y_j(t) \le \varphi_{ij}(t, y_j(t)) \le \overline{k}_{ij} y_j(t), \forall y_j \in Y_j, \forall t \in \mathbf{R}_+, \tag{4.4}$$

其中$\underline{k}_{ij}, \overline{k}_{ij}$是常数，$y_j$是子系统$j$ 的输出。如果两个子系统之间没有连接，那么就有$\underline{k}_{ij} = \overline{k}_{ij} = \underline{k}_{ji} = \overline{k}_{ji} = 0$。作为特例，常见的理想互联即是令$\underline{k}_{ij} = \overline{k}_{ij} = 1$。

子系统i的输入可以表示为：

$$u_i = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij}(\,\cdot\,, y_j) + e_i, i = 1, 2, \cdots, n,$$

其中$e_i \in \mathbf{L}_{2e}(U_i)$是子系统$i$的外部输入，可以是设定信号或者外部扰动信号；$\varphi_{ij}(\,\cdot\,, y_j)$ 是子系统i接收的内部子系统间的信息，表示子系统j的输出经过互联通道后的对应信号。令$U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n, Y = Y_1 \times Y_2 \times \cdots \times Y_n$，定义网络互联映射为$F: \mathbf{R}_+ \times Y \to U$

$$F(t, y) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} \varphi_{1j}(t, y_j) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} \varphi_{nj}(t, y_j) \end{bmatrix}, \forall (t, y) \in \mathbf{R}_+ \times Y. \tag{4.5}$$

再令$e = [e_1, \cdots, e_n]^T \in \mathbf{L}_{2e}(U)$，则在给定各子系统初始状态条件下，整个分布异构系统可以用下面的输入输出关系表示：

$$W: \begin{cases} y = Gu \\ u = F(t, y) + e \end{cases}. \tag{4.6}$$

在方程4.6中，系统算子G包含了各子系统本身的动力学特性，算子F则用于描述子系统之间的互联特性。设系统是适定的，则系统W确定了输入信号e所在的信号空间$\mathbf{L}_{2e}(U)$ 到输出信号空间$\mathbf{L}_{2e}(Y)$上的一个算子，仍记为W。本章的主要目的是研究在什么条件下系统W稳定，也就是$e \in \mathbf{L}_2(U)$保证$u \in \mathbf{L}_2(U)$和$y \in$

$\mathbf{L}_2(Y)$的条件。

4.3 主要结果

4.3.1 互联约束矩阵

对于符合扇区条件的标量函数:$\phi : \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$，即

$$\alpha v^2 \le \phi(t,v)v \le \beta v^2, \forall v \in \mathbf{R}, t \in \mathbf{R}_+,$$

满足$\Pi(j\omega) = \begin{bmatrix} -2\alpha\beta & \alpha+\beta \\ \alpha+\beta & -2 \end{bmatrix}$所定义的IQC [110]，可以用于分析单回路系统中的非理想反馈系统。但是在网络化条件下，每个通道都满足扇区条件，对整个网络的描述目前还没有很好的方法。本章首次给出矩阵型扇区非线性约束的代数表达式，该表达式从整体上给出网络各通道非理想特性的一个统一描述，使我们的研究不必过分关注每个通道的行为，可以将目光集中在整个系统上。

定理 4.1: 设$F : \mathbf{R}_+ \times Y \to U$是由式4.5定义的映射，记$v = F(t,y) \in U$，则$[y^T, v^T]^T \in Y \times U$满足如下代数约束：

$$\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} \ge 0, \tag{4.7}$$

其中$\underline{K} = [\underline{k}_{ij}]_{n\times n}, \overline{K} = [\overline{k}_{ij}]_{n\times n}$.

证明: 由于假设所有连接都满足相应的扇区条件4.4，也就是

$$\underline{k}_{ij} y_j \le \varphi_{ij}(\,\cdot\,, y_j) \le \overline{k}_{ij} y_j, \forall y_j \in Y_j, j = 1,2\cdots,n; i = 1,2\cdots,n,$$

所以可以得到

$$\sum_{j=1}^{n} \underline{k}_{ij} y_j \le \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij}(\,\cdot\,, y_j) \le \sum_{j=1}^{n} \overline{k}_{ij} y_j, i = 1,2\cdots,n.$$

记$\underline{k}_i = [\underline{k}_{i1}, \cdots, \underline{k}_{in}], \overline{k}_i = [\overline{k}_{i1}, \cdots, \overline{k}_{in}]$ 及$v_i = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij}(\,\cdot\,, y_j)$，则

$$\underline{k}_i y \le v_i \le \overline{k}_i y, i = 1,2\cdots,n. \tag{4.8}$$

不等式4.8可以进一步写成

$$(y^T\underline{k}_i^T - v_i)(v_i - \overline{k}_i y) = -y^T\underline{k}_i^T\overline{k}_i y + y^T\underline{k}_i^T v_i + v_i\overline{k}_i y - v_i^2 \geq 0,$$
$$i = 1, 2\cdots, n.$$

对指标i求和后得

$$-y^T\sum_{i=1}^{n}(\underline{k}_i^T\overline{k}_i)y + y^T\sum_{i=1}^{n}(\underline{k}_i^T v_i) + \sum_{i=1}^{n}(v_i\overline{k}_i)y - \sum_{i=1}^{n}v_i^2 \geq 0. \tag{4.9}$$

令$v = [v_1, \cdots, v_n]^T$，注意到

$$\sum_{i=1}^{n}\underline{k}_i^T\overline{k}_i = \underline{K}^T\overline{K}, \sum_{i=1}^{n}\underline{k}_i^T v_i = \underline{K}^T v, \sum_{i=1}^{n}v_i\overline{k}_i = v^T\overline{K},$$

不等式4.9可以写成

$$\begin{aligned}&-y^T\underline{K}^T\overline{K}y + y^T\underline{K}^T v + v^T\overline{K}y - v^T v\\ &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} \geq 0.\end{aligned} \quad \blacksquare$$

定理得证。

在定理的证明过程中，我们得到一个重要的矩阵，称之为互联约束矩阵：

$$\Pi := \begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix}. \tag{4.10}$$

注记 4.1: 在大系统理论中，子系统之间的互联关系通常由邻接矩阵描述，各个连接通道中的非线性不能直接表达。在单回路网络化控制系统中，虽然网络的非理想特性受到极大关注，但常以Lyapunov函数中的参数形式出现，并非直接放到系统模型中考虑。作为研究的重要结果之一，我们得到了非理想互联的代数描述，不等式4.10 定义了网络F输入输出空间$U \times Y$上的一个二次锥约束。这种约束也可用来刻画互联通道中的参数不确定性，非常适合描述通信网络的非理想特性。虽然只是针对扇区非线性，但我们首次将互联结构与连接的非线性统一描述，用互联约束矩阵同时包含了互联拓扑和通道非线性两方面的信息。而且该约束的线性本质也适合用IQC方法作进一步的处理。当互联映射为时不

变线性映射时，$\underline{K} = \overline{K} = F \in \mathbf{R}^{n \times n}$，不等式4.10成为等式。

4.3.2 系统稳定性分析

由方程4.6以及静态非线性互联所满足的扇区条件易知，若$e \in \mathbf{L}_2, y \in \mathbf{L}_2$则有$u \in \mathbf{L}_2$。从而系统中的每个子系统的输入输出为$\mathbf{L}_2$空间上的信号，即$u_i \in \mathbf{L}_2(U_i), y_i \in \mathbf{L}_2(Y_i), i = 1, 2, \cdots, n$，每个子系统都是$L_2$稳定的。在连续性以及零状态可检测假设下，它等价于每个子系统的渐近稳定性。整个系统W的稳定性归结为，在给定外部输入$e \in \mathbf{L}_2(U)$的条件下，如何确定系统是否有输出$y \in \mathbf{L}_2(Y)$。我们首先给出如下定义。

定义 4.1: 对于适定系统$y = Hu$，称该系统为有界增益L_2稳定的，是指存在$\gamma > 0, \beta \in \mathbf{R}$满足对任意$T \geq 0$，有

$$\|y_T\|_2 \leq \gamma \|e_T\|_2 + \beta.$$

如果$\beta = 0$，则称系统具有无偏有界L_2增益稳定性。

在适定性假设下，系统W和子系统$G_i (i = 1, 2, \cdots, n)$都可以看作有限平方可积信号空间上的算子，下面我们给出算子L_2稳定的一个重要引理。

引理 4.2: 设$H : \mathbf{L}_{2e}(U) \rightarrow \mathbf{L}_{2e}(Y)$为输入信号空间$\mathbf{L}_{2e}(U)$到输出信号空间$\mathbf{L}_{2e}(Y)$算子，满足$\forall u \in \mathbf{L}_{2e}(U)$，都有$y = Hu \in \mathbf{L}_{2e}(Y)$。则$H$具有有界增益$\mathbf{L}_2$稳定性当且仅当存在线性算子$\Phi : \mathbf{L}_{2e}(Y) \times \mathbf{L}_{2e}(U) \rightarrow \mathbf{L}_{2e}(Y) \times \mathbf{L}_{2e}(U)$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \Phi \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \leq \beta, \forall u \in \mathbf{L}_{2e}(U), \tag{4.11}$$

其中Φ具有如下分块结构

$$\Phi = \begin{bmatrix} P & Q \\ Q^* & R \end{bmatrix},$$

P正定，$R = R^*$及Q为有界线性算子。

证明: 必要性：根据系统有界增益$\mathbf{L}_2$稳定性定义，可以得到存在$\gamma > 0$和$\beta \in \mathbf{R}$使得

$$\|y_T\|_2 \leq \gamma \|u_T\|_2 + \beta.$$

由于该不等式两边非负以及性质$(a+b)^2 \le 2a^2+2b^2$，可以得

$$\|y_T\|_2^2 \le (\gamma\|u_T\|_2+\beta)^2 \le 2\gamma^2\|u_T\|_2^2+2\beta^2. \tag{4.12}$$

式4.12的等价形式为

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -2\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le 2\beta^2. \tag{4.13}$$

不等式4.13系数矩阵具有引理中Φ的分块结构，必要性得证。

充分性：设存在Φ使不等式4.11成立，则由P的正定性，存在$\alpha>0$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \alpha^2 I & Q \\ Q^* & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le \left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} P & Q \\ Q^* & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le \beta. \tag{4.14}$$

注意到

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 I & Q \\ Q^* & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha I \\ \alpha^{-1}Q^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha I & \alpha^{-1}Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha^{-2}Q^*Q-R \end{bmatrix},$$

将不等式4.14的左侧展开，得到

$$\|\alpha y_T+\alpha^{-1}Qu_T\|_2^2 \le \langle u_T, (\alpha^{-2}Q^*Q-R)u_T\rangle+\beta. \tag{4.15}$$

对于式4.15的左侧和右侧，相应的有

$$\alpha\|y_T\|_2-\|\alpha^{-1}Q\|_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2}\|u_T\|_2 \le \|\alpha y_T+\alpha^{-1}Qu_T\|_2$$

和

$$\sqrt{\langle u_T, (\alpha^{-2}Q^*Q-R)u_T\rangle+\beta} \le 2(\|\alpha^{-2}Q^*Q-R\|_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2}^{\frac{1}{2}}\|u_T\|_2+\sqrt{|\ \beta\ |}).$$

由上两个不等式可以得到

$$\begin{aligned} \|y_T\|_2 &\le \alpha^{-1}(\|\alpha^{-1}Q\|_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2}+2\|\alpha^{-2}Q^*Q-R\|_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2}^{\frac{1}{2}})\|u_T\|_2+2\alpha^{-1}\sqrt{|\ \beta\ |} \\ &= \widetilde{\gamma}\|u_T\|_2+\widetilde{\beta}, \end{aligned} \qquad \blacksquare$$

其中$\widetilde{\gamma} = \alpha^{-1}(\|\alpha^{-1}Q\|_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2} + 2\|\alpha^{-2}Q^*Q - R\|^{\frac{1}{2}}_{\mathbf{L}_2\to\mathbf{L}_2})$，$\widetilde{\beta} = 2\alpha^{-1}\sqrt{|\,\beta\,|}$. 由定义4.1，算子$H$是有限增益$\mathbf{L}_2$稳定的，充分性得证。

注记 4.2: 引理4.2是本章稳定性分析的基础，它说明了算子的稳定性与它所满足的积分二次约束中乘子所具有的特定结构的等价性。引理4.2的结果非常适于互联系统的稳定性分析，因为它给出的是系统输入输出所满足的条件，可以充分关注信号在系统之外所满足的约束，直接考虑网络互联本身的特性。根据定理4.1和引理4.2的结果，我们可以得到如下定理。

定理 4.3: 设方程4.6定义的系统W适定。如果存在$\varepsilon > 0$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le -\varepsilon \|y_T\|_2^2, \forall T \ge 0, \tag{4.16}$$

则分布异构系统W具有有界增益$\mathbf{L}_2$稳定性.

证明: 由引理4.2，一个直接的想法就是：如果系统W的输入e和输出y满足的积分二次约束的系数矩阵也具有引理4.2中Φ的结构，则系统W是稳定的。下面我们给出该定理的证明过程。

将互联约束矩阵表达式4.10代入不等式4.16中得，

$$0 \ge \left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varepsilon I - \underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle. \tag{4.17}$$

设$u = F(\cdot, y) + e = v + e$, 其中$e \in \mathbf{L}_{2e}(U)$是系统的外部输入信号，$v$是各子系统的输出经过互联环节后的信号，则不等式4.17可以整理成如下形式，

$$\begin{aligned} 0 &\ge \left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ v_T + e_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varepsilon I - \underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ v_T + e_T \end{bmatrix} \right\rangle \\ &= \left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varepsilon I - \underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix} \right\rangle \\ &\quad + 2\left\langle e_T, -2v_T + (\underline{K} + \overline{K})y_T \right\rangle + \left\langle e_T, -2e_T \right\rangle \\ &= \left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varepsilon I - \underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix} \right\rangle \\ &\quad + 4\left\langle e_T, -v_T \right\rangle + 2\left\langle e_T, (\underline{K} + \overline{K})y_T \right\rangle - 2\|e_T\|_2^2. \end{aligned} \tag{4.18}$$

符号$|\cdot|$将被用来表示矩阵(向量)的元素取模后所构成的同维数的矩阵(向量)。根据定理4.1，可以得到

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varepsilon I - \underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_T \\ v_T \end{bmatrix} \right\rangle \geq \varepsilon \|y_T\|_2^2 = \varepsilon \| \mid y_T \mid \|_2^2. \tag{4.19}$$

同时，由定理4.1中关于v的定义：$v = [v_1, \cdots, v_n]^T$，$v_i = \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(\cdot, y_j), j = 1, \cdots, n$，可以得到

$$\begin{aligned} &\langle e_T, -v_T \rangle = -\langle e_T, v_T \rangle = -\textstyle\sum_{i=1}^n \langle e_{iT}, v_{iT} \rangle = -\sum_{i=1}^n \left\langle e_{iT}, \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(\cdot, y_j)_T \right\rangle \\ &= -\textstyle\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle e_{iT}, \varphi_{ij}(\cdot, y_j)_T \rangle \\ &\geq -\textstyle\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle \mid e_{iT} \mid, \mid \overline{k}_{ij} \mid\mid y_{jT} \mid \rangle = -\langle \mid e_T \mid, \mid \overline{K} \mid\mid y_T \mid \rangle. \end{aligned} \tag{4.20}$$

式4.20中的不等关系是用到了式4.4中$\varphi_{i,j}$的上界。

由符号$|\cdot|$的性质：$a \geq -|a|$，我们得到

$$\langle e_T, (\underline{K} + \overline{K}) y_T \rangle \geq -\langle \mid e_T \mid, \mid \underline{K} + \overline{K} \mid\mid y_T \mid \rangle. \tag{4.21}$$

根据4.19、4.20、4.21以及$\|e_T\|_2^2 = \| \mid e_T \mid \|_2^2$，从不等式4.18可以得到

$$0 \geq \varepsilon \| \mid y_T \mid \|_2^2 - 4\langle \mid e_T \mid, \mid \overline{K} \mid\mid y_T \mid \rangle - 2\langle \mid e_T \mid, (\mid \underline{K} + \overline{K} \mid) \mid y_T \mid \rangle - 2\| \mid e_T \mid \|_2^2. \tag{4.22}$$

令

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varepsilon I & -2 \mid \overline{K}^T \mid - \mid \underline{K}^T + \overline{K}^T \mid \\ -2 \mid \overline{K} \mid - \mid \underline{K} + \overline{K} \mid & -2I \end{bmatrix},$$

则由不等式4.22得

$$0 \geq \left\langle \begin{bmatrix} \mid y_T \mid \\ \mid e_T \mid \end{bmatrix}, \Phi \begin{bmatrix} \mid y_T \mid \\ \mid e_T \mid \end{bmatrix} \right\rangle. \tag{4.23}$$

■

在式4.23中，矩阵Φ和引理4.2中积分二次约束的系数矩阵结构相同，W将外部输入信号空间映射到输出空间所满足的约束，同引理4.2中H算子相同。所以，系统W是有限增益$\mathbf{L}_2$稳定的，定理得证。

注记 4.3: 定理4.3是本章的主要结果，它给出了整个异构互联系统稳定的判定条件。其中，不等式4.16是系统算子G的图在输入输出信号空间$\mathbf{L}_{2e}(U) \times \mathbf{L}_{2e}(Y)$上

所满足的二次锥约束。如果将互联映射F所满足的二次约束4.7 对时间积分，则可以得到F在信号空间$\mathbf{L}_{2e}(U)\times\mathbf{L}_{2e}(Y)$上所满足的二次锥约束。这两个二次锥在信号空间中除原点外严格分离，这就从本质上刻画了异构网络$\mathbf{L}_2$稳定的条件。基于这一观点, 我们可以研究更为复杂的异构网络的互联结构，这部分内容将在下一章展开。

根据每个子系统都是有界增益$\mathbf{L}_2$稳定的限制条件，由定理4.3可以得到如下推论。

推论 4.4: 设方程4.6定义的系统W适定，系统中的所有子系统均为有界增益$\mathbf{L}_2$稳定且适定。如果存在$\tilde{\varepsilon}>0$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le -\tilde{\varepsilon}\|u_T\|_2^2, \forall T\ge 0, \tag{4.24}$$

则分布异构系统W具有有界增益$\mathbf{L}_2$稳定性。

证明: 每个子系统$y_i=G_iu_i$都是有界增益$\mathbf{L}_2$稳定的，即存在$\gamma_i>0,\beta_i\in\mathbf{R}, i=1,2,\cdots,n$，使得对任意$T\ge 0$，

$$\|y_{iT}\|_2 \le \gamma_i\|u_{iT}\|_2+\beta_i.$$

令$\gamma=\sqrt{2}max\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_n\}, \beta=\sqrt{2\sum_{i=1}^n\beta_i^2}$，可以得到

$$\|y_T\|_2^2 \le \gamma^2\|u_T\|_2^2+\beta^2,$$

则

$$-\varepsilon\|u_T\|_2^2 \le -\varepsilon\gamma^{-2}\|y_T\|_2^2+\varepsilon\gamma^{-2}\beta^2 \le -\varepsilon\gamma^{-2}\|y_T\|_2^2. \tag{4.25}$$

将式4.25的结果代入定理4.3中的不等式4.16，我们可以得

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} y_T \\ u_T \end{bmatrix} \right\rangle \le -\tilde{\varepsilon}\|u_T\|_2^2, \tag{4.26}$$

■

其中$\tilde{\varepsilon}=\varepsilon\gamma^2$。

借助于帕塞瓦尔(Parseval) 定理，由推论4.4可以给出异构网络W具有有界增义$\mathbf{L}_2$稳定性的频域条件。

推论 4.5: 设系统W适定且所有节点$G_i(i=1,2,\cdots,n)$为具有传递函数$G_i(s)\in$ $\mathbf{RH}_\infty$的稳定线性时不变算子。如果

$$\begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K}-\overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T+\overline{K}^T \\ \underline{K}+\overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall\omega\in\mathbf{R}\cup\{\infty\} \tag{4.27}$$

成立，其中$G(j\omega)=diag(G_1(j\omega),G_2(j\omega),\cdots,G_n(j\omega))$, 那么分布异构系统$W$有限增益$\mathbf{L}_2$稳定。

在实际应用中，常用到对象在平衡点附近线性化之后的LTI模型，相应的稳定性判定条件也会随之简化。借助于KYP引理很容易将频域不等式4.27 转化为线性矩阵不等式求解。证明过程相对简单，所以这里只给出结果。

推论 4.6: 设子系统G_i的状态方程为

$$G_i:\begin{cases} \dot{x}_i=A_ix_i+B_iu_i \\ y_i=C_ix_i \end{cases} \qquad i=1,2,\cdots,n.$$

记$A=diag(A_i),B=diag(B_i),C=diag(C_i)$，那么分布异构系统$W$是有限增益$\mathbf{L}_2$稳定的，如果存在$P=P^T$ 满足

$$M+\begin{bmatrix} A^TP+PA & PB \\ B^TP & 0 \end{bmatrix} \leq 0,$$

其中

$$M=\begin{bmatrix} -C^*(\underline{K}^T\overline{K}+\overline{K}^T\underline{K})C & C^*(\underline{K}^T+\overline{K}^T) \\ (\underline{K}+\overline{K})C & -2I \end{bmatrix}.$$

4.4 仿真实验

本节将用如图4.2所示的仿真系统验证结果的有效性。系统中五个异构节点都是稳定LTI系统：

$$G_1:A_1=\begin{bmatrix} -6 & -11 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

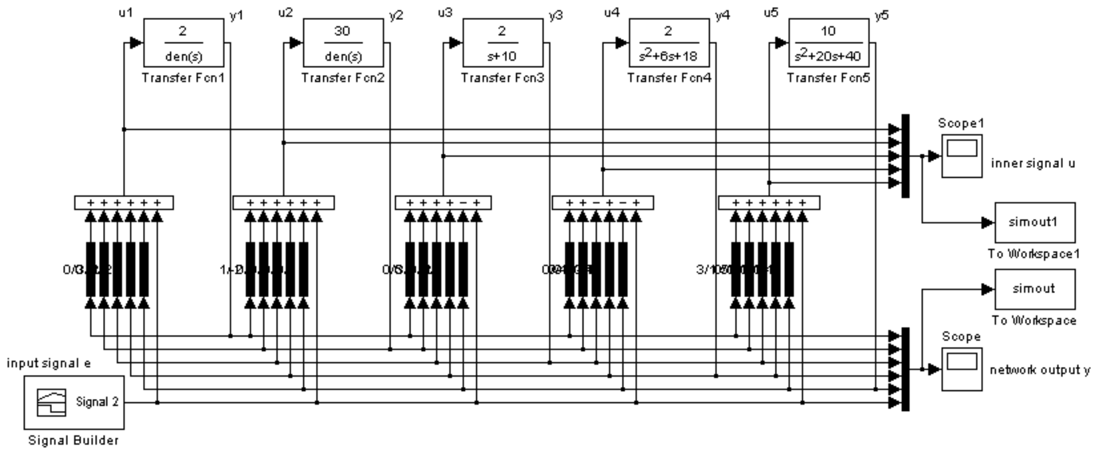


图 4.2　非线性互联异构系统仿真

$$G_2 : A_2 = \begin{bmatrix} -10 & -33 & -36 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}$$

$$G_3 : A_3 = -10, B_3 = 1, C_3 = 2$$

$$G_4 : A_4 = \begin{bmatrix} -6 & -18 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$G_5 : A_5 = \begin{bmatrix} -20 & -40 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_5 = \begin{bmatrix} 0 & 10 \end{bmatrix}$$

网络中各子系统的输出信号都经过时变非线性互联通道进入相应子系统，互联通道满足如图4.3所示的扇区$[\underline{k}_{i,j}, \overline{k}_{i,j}]$ 的约束，它们同外部输入信号一起作为对应子系统的输入信号。互联算子F 满足用扇区矩阵4.28所描述的约束，但要注意作为验证性仿真，这里的上下界并不具有实际意义。

$$[\underline{K}, \overline{K}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1.5 & 1.5 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1.5 \\ 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \tag{4.28}$$

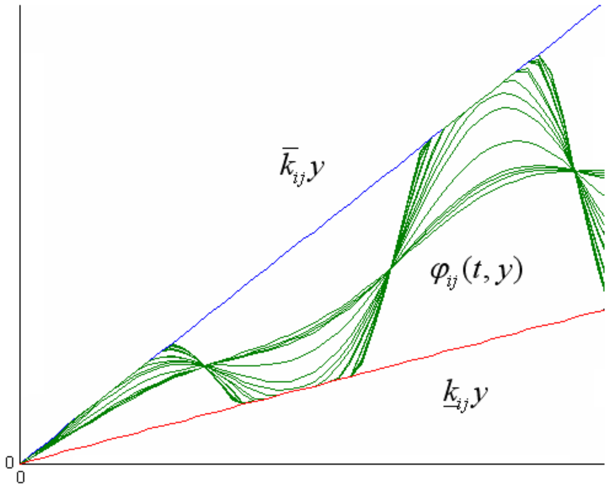
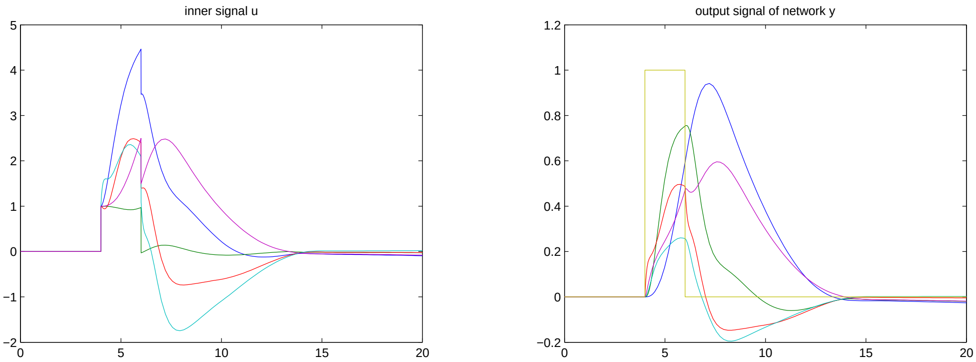


图 4.3　满足扇区约束的静态非线性互联



(a) 子系统内部输入信号　　(b) 子系统输出信号

图 4.4　外部输入为有限宽度脉冲信号时，仿真系统中各子系统的输入输出

针对有限能量的脉冲输入信号，系统的内部信号和输出信号如图4.4所示，它们都随时间$t \to \infty$趋于0。所以图4.2中给出的仿真系统是有限增益$\mathbf{L}_2$稳定的。通过求解推论4.6中的LMI，我们得到矩阵$P = P^T$一组可行解，即系统稳定。

仿真的结果和LMI判定的结果相吻合，充分说明了我们得到的结果在分布异构系统稳定性分析方面的有效性。

4.5 本章小结

本章研究了带有静态非线性互联的分布异构系统的稳定性，系统的动力学特性取决于其节点动力学以及网络的互联结构。对于通道满足扇区约束非线性

的网络，我们得到了描述互联映射的代数二次约束。在证明了系统的稳定性与所满足的积分二次约束乘子的特殊结构之间的等价性的基础上，考虑系统的异构性和互联的非线性，将它们统一到输入输出理论的框架下，得到针对一般系统的稳定性定理。并进一步以LTI子系统作为特例，应用KYP引理得到数值可解的判定条件。

第五章　多自主体系统的分布式镇定控制器设计

5.1 引言

分布式控制作为控制理论的一大难点，一直是人们研究的重点。最近关于多智能体系统的研究得到了很多分布式控制协议，可以使节点实现复杂的协作行为。这类研究在结点同构或积分型节点假设的基础上，以图论、主函数等理论工具，进行局部控制器设计。比如 [92]研究了节点带有扇区非线性的网络的整体稳定性； [93]研究了互联系统每个通道都带有时滞的情况。 [121]虽然考虑到子系统本身带有非线性环节的情况，但互联通道是理想的。 [122]针对定常时滞网络化控制系统分两步设计分布控制器，先在不考虑时滞影响的情况下设计远程控制器，再分析控制效果。虽然这些结果都是对分布式网络控制系统作出一些假设后得到的结果，但可以看到在网络化控制系统和多智能体系统研究的带动下，分布式控制器设计正在重新引起理论界的更大关注。

对异构系统协作控制研究比较成功的是Zhihua Qu的工作。 [83]采用矩阵理论给出了分布异构动态个体协作控制的总体框架，系统被分成两层控制结构：包括局部镇定控制器设计和稳定子系统间合作协议设计。局部控制器的主要作用在于将闭环后子系统对外的动态特性表现为高阶积分器。而合作协议则通过子系统间信息的交流实现整个系统目标。这样做的目的在于，即使发生故障，子系统之间无法进行信息交流，各子系统仍然稳定运行，不会由于单个子系统自身失去稳定而导致大的事故。设计的核心思想是把控制分为两个级别，首先采用局部反馈线性化等方法保证子系统自身稳定；然后再进行一致性协议设计，使系统达到协调的目标。但是全面系统考虑分布式网络化控制系统节点异构性和互联的非理想性仍会使分布控制器设计的难度大大增加。

通过第4章的研究，我们已经得到异构系统稳定性分析的结果。该分析框架最大的特点就是采用代数方法描述了互联中的非线性和拓扑结构，将控制对象作为一个整体与互联一起分析。本章在此基础上，进一步研究了异构子系统在非线性互联条件下的分布镇定控制器设计问题。

5.2 问题描述

考虑一组异构子系统通过输出信息的交流建立互联关系，形成一个整体系

统。设子系统G_i的状态方程为

$$G_i: \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i \\ y_i = C_i x_i \end{cases} \qquad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{5.1}$$

如果子系统i接收子系统j的输出并用于其自身的控制，则它们之间存在一个连接，记为φ_{ij}。假设φ_{ij}是非线性的且满足扇区条件：

$$\underline{k}_{ij} y_j(t) \le \varphi_{ij}(t, y_j(t)) \le \overline{k}_{ij} y_j(t), \forall y_j \in Y_j, \forall t \in \mathbf{R}_+, \tag{5.2}$$

其中$\underline{k}_{ij}, \overline{k}_{ij}$是常数，$y_j$是子系统$j$ 的输出。

记$A = diag(A_i), B = diag(B_i), C = diag(C_i)$，$\underline{K} = [\underline{k}_{ij}]_{n\times n}, \overline{K} = [\overline{k}_{ij}]_{n\times n}$。当各子系统都为输入输出稳定线性时不变系统时，第4章已经得到如下稳定性结果：

推论4.6： 分布异构系统是有限增益$\mathbf{L}_2$稳定的，如果存在$P = P^T$ 满足

$$M + \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \le 0,$$

其中

$$M = \begin{bmatrix} -C^*(\underline{K}^T \overline{K} + \overline{K}^T \underline{K})C & C^*(\underline{K}^T + \overline{K}^T) \\ (\underline{K} + \overline{K})C & -2I \end{bmatrix}.$$

有了推论4.6的稳定性分析结果，我们可以以此为基础，对于一般的子系统，比如子系统本身不稳定或采用不同的输出信息等情况，给出控制器设计方法。

5.3 分布控制器设计

在第3章中，我们已经将网络通道中的一些常见的非理想特性处理成了可以用扇区约束的不确定性，所以本章我们不再细分网络中非理想特性的产生原因，只研究互联通道非线性满足扇区约束的情况。异构系统的分布镇定控制器设计要满足如下要求：

(1) 每个子系统的局部控制器只采用自身的信息镇定子系统；

(2) 局部镇定后的闭环子系统在原非线性互联条件下，整体稳定。

原系统中各子系统对象为LTI系统

$$G_i : \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i v_i \\ y_i = C_i x_i \end{cases} , i = 1, 2, \cdots, n, \tag{5.3}$$

其中$v_i = u_i + w_i + e_i$为对象输入，分别包括局部控制器输入、其它子系统的输出经过互联通道到达子系统i的信号和外部参考信号等。子系统采用局部控制

$$u_i = \Gamma_i(y_i), \tag{5.4}$$

其中，$\Gamma(\cdot)$表示控制律，针对不同的控制器，有不同的具体形式。来自于其它子系统的输入表示为$w_i = \sum_{j=1}^{j=n} \varphi_{ij}(y_j)$，表示输出经过非线性互联通道共同作用在子系统$i$上。

加入局部控制器后的子系统方程为

$$\begin{array}{l} G_i : \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i + w_i + e_i) \\ y_i = C_i x_i \end{cases} \\ w_i = \sum_{j=1}^{j=n} \varphi_{ij}(y_j) \\ u_i = \Gamma_i(y_i) \end{array} . \tag{5.5}$$

沿用第3章中的系统算子和互联算子记法，这里再加入控制算子，将整个系统写到一起，整个系统如图5.1所示

$$\begin{array}{l} G : \begin{cases} \dot{x} = Ax + B(u + w + e) \\ y = Cx \end{cases} \\ w = \varphi(y) \\ u = \Gamma(y), \end{array} \tag{5.6}$$

其中$\Gamma(\cdot) = diag(\Gamma_1(\cdot), \Gamma_2(\cdot), \cdots, \Gamma_n(\cdot))$。

5.3.1 状态反馈

如果被控对象的状态全部可测，则可以直接实现状态反馈。设子系统i的状态反馈控制器为

$$u_i = F_i x_i, i = 1, 2, \cdots, n. \tag{5.7}$$

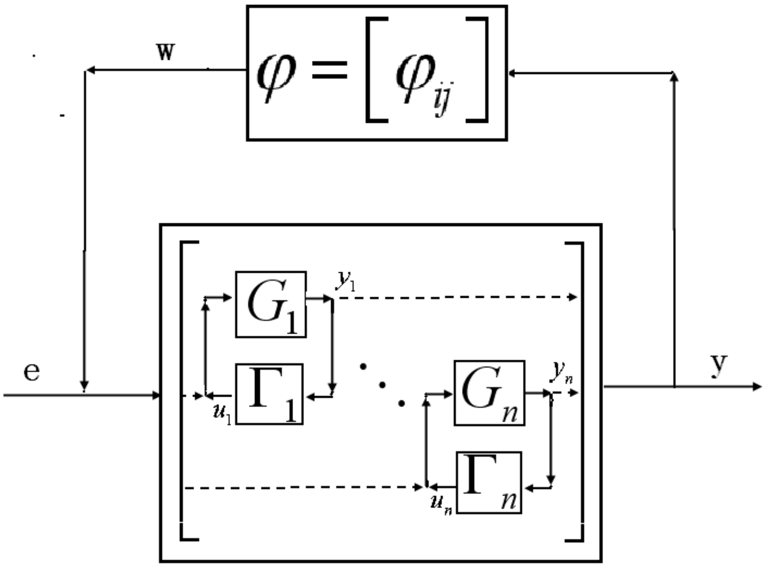


图 5.1　异构网络化系统的分布控制

记$F = diag(F_1, F_2, \cdots, F_n)$，不考虑外部参考输入，整个闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BFx + w \\ w = \varphi(y). \end{cases} \tag{5.8}$$

对该系统，有如下定理：

定理 5.1: 对于系统5.8，如果存在矩阵$W = diag(W_1, W_2, \cdots, W_n)$和正定矩阵$X = diag(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，其中$W, X$的分块与各子系统状态阶数对应，满足

(1)

$$AX + BW + (AX + BW)^T < 0;$$

(2)

$$\begin{bmatrix} (A + B\underline{K})X + BW + ((A + B\underline{K})X + BW)^T & X(\overline{K} - \underline{K})^T + B \\ (\overline{K} - \underline{K})X + B^T & -2I \end{bmatrix} \le 0,$$

则系统存在状态反馈控制器$F = WX^{-1}$，相应的对角块$F_i, i = 1, 2, \cdots, n$为每个子系统对应的镇定控制器。

证明: 我们首先证明条件(2)：

系统采用状态反馈，则$C = I$，推论4.6中的稳定性条件成为:

$$\begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (A+BF)^TP + P(A+BF) & PB \\ B^TP & 0 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (5.9)$$

不等式5.9中存在两个未知变量F和P，而且这两个矩阵变量是以非线性形式出现，所以要通过变量替换，将非线性矩阵不等式5.9 转化为一个等价的关于新变量的线性矩阵不等式，进而可以数值求解。为了避免出现新的二次项，我们先进行如下的准备工作：将不等式5.9写成

$$\begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} + (A+BF)^TP + P(A+BF) & \underline{K}^T + \overline{K}^T + PB \\ \underline{K} + \overline{K} + B^TP & -2I \end{bmatrix} \leq 0. \quad (5.10)$$

由$-2I < 0$，根据Schur补引理展开不等式5.10

$$-\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} + (A+BF)^TP + P(A+BF) + \frac{1}{2}(\underline{K}^T + \overline{K}^T + PB)(\underline{K} + \overline{K} + B^TP) \leq 0. \quad (5.11)$$

整理5.11得到

$$\begin{aligned} &(A+BF)^TP + P(A+BF) + \underline{K}^TB^TP + PB\underline{K} \\ &+\frac{1}{2}[(\overline{K}^T - \underline{K}^T + PB)(\overline{K} - \underline{K} + B^TP)] \leq 0. \end{aligned} \quad (5.12)$$

对5.12再用Schur补引理，得

$$\begin{bmatrix} (A+BF+B\underline{K})^TP + P(A+BF+B\underline{K}) & \overline{K}^T - \underline{K}^T + PB \\ \overline{K} - \underline{K} + B^TP & -2I \end{bmatrix} \leq 0. \quad (5.13)$$

对不等式5.13分别左乘和右乘矩阵$diag(P^{-1}, I)$，得到

$$\begin{bmatrix} P^{-1}(A+BF+B\underline{K})^T + (A+BF+B\underline{K})P^{-1} & P^{-1}(\overline{K} - \underline{K})^T + B \\ (\overline{K} - \underline{K})P^{-1} + B^T & -2I \end{bmatrix} \leq 0. \quad (5.14)$$

定义$X = P^{-1}$和$W = FX$，代入不等式5.14即可得到定理中条件(2)。

接下来说明条件(1)：

由P的正定性，可知条件(1)等价于

$$(A+BF)^TP+P(A+BF)<0, \qquad \blacksquare$$

又因为F为对角矩阵且与子系统对应，所以保证了受控制子系统闭环后本身是渐近稳定的。

注记 5.1: 定理5.1中条件是关于矩阵变量X和W的线性矩阵不等式，因此可以利用LMI工具箱中线性矩阵不等式求解器feasp来检验定理条件是否成立。这里X, W的对角块结构是为了变量代换之后，能够求出分布控制器F。

5.3.2 输出反馈

如果采用动态输出反馈控制，设对象方程和控制器方程分别为

$$\begin{aligned} &G_i: \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_{1i} u_i + B_{2i} w_i \\ y_i = C_i x_i \end{cases}, \\ &K_i: \begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = A_{ki}\hat{x}_i + B_{ki} y_i \\ y_i = C_{ki}\hat{x}_i + D_{ki} y_i \end{cases}. \end{aligned} \tag{5.15}$$

假设各子系统对象本身能稳能检测，对应的控制器可以镇定原不稳定子系统，则加入局部控制后的子系统是稳定的。将各闭环子系统写在一起得

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B_1D_kC & B_1C_k \\ B_kC & A_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} w, \\ &y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{5.16}$$

其中$A = diag(A_i), B_1 = diag(B_{1i}), B_2 = diag(B_{2i}), C = diag(C_i), x = [x_1^T, \cdots, x_n^T]^T, \hat{x} = [\hat{x}_1^T, \cdots, \hat{x}_n^T]^T, y = [y_1^T, \cdots, y_n^T]$.

定义矩阵

$$K = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix},$$

该矩阵将我们要设计的输出反馈控制器的状态参数集中在一起，但要注意K是对应各子系统维数的分块对角结构。引入矩阵

$$A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 & B_1 \\ I & 0 \end{bmatrix}, C_0 = \begin{bmatrix} 0 & C \\ I & 0 \end{bmatrix},$$
$$A_{cl} = A_0 + B_0 K C_0, B_{cl} = \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix}, C_{cl} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}.$$

闭环子系统之间通过非线性互联是稳定的，只要满足推论4.6中的条件，

$$\begin{bmatrix} -C_{cl}^*(\underline{K}^T\overline{K} + \overline{K}^T\underline{K})C_{cl} & C_{cl}^*(\underline{K}^T + \overline{K}^T) \\ (\underline{K} + \overline{K})C_{cl} & -2I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{cl}^T P + P A_{cl} & P B_{cl} \\ B_{cl}^T P & 0 \end{bmatrix} \leq 0. \quad (5.17)$$

由$-2I < 0$，采用定理5.1中对不等式5.10和5.12同样的方法，用Schur补引理处理5.17，得到

$$H + Q^T K^T R + R^T K Q \leq 0, \quad (5.18)$$

其中

$$H = \begin{bmatrix} (A_0 + B_{cl}\underline{K}C_{cl})^T P + P(A_0 + B_{cl}\underline{K}C_{cl}) & C_{cl}^*(\overline{K} - \underline{K})^T + P B_{cl} \\ B_{cl}^T P + (\overline{K} - \underline{K})C_{cl} & -2I \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} C_0 & 0 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} B_0^T P & 0 \end{bmatrix}.$$

至此，系统输出反馈问题化成鲁棒控制理论中输出反馈控制器设计的标准形式。根据投影引理，采用消去变量法处理不等式5.18(详见 [108])，最终得如下结果：

定理 5.2: 系统5.6存在一个输出反馈控制器，当且仅当存在对称正定矩阵X和Y，使得

(1)

$$\begin{bmatrix} N_C \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (A + B_2\underline{K}C)^T X + X(A + B_2\underline{K}C) & C^*(\overline{K} - \underline{K})^T + X B_2 \\ B_2^T X + (\overline{K} - \underline{K})C & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_C \\ I \end{bmatrix} \leq 0,$$

(2)

$$\begin{bmatrix} N_{B_2} \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (A+B_2\underline{K}C)Y+Y(A+B_2\underline{K}C)^T & C^*(\overline{K}-\underline{K})^T Y+B_2 \\ B_2^T+Y(\overline{K}-\underline{K})C & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{B_2} \\ I \end{bmatrix} \leq 0,$$

(3)

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0,$$

其中N_C和N_{B_2}分别为C和B_2的核空间的任意一组基向量构成的矩阵。

我们可以按以下步骤设计输出反馈控制器K：

(1) 求出满足定理5.2的矩阵X和Y;
(2) 用奇异值分解的方法求矩阵$X_2 = X - Y^{-1}$，并令

$$P = \begin{bmatrix} X & X_2 \\ X_2^T & I \end{bmatrix};$$

(3) 将P代入到下面不等式中求出子系统状态维数对应的对角块结构矩阵K，

$$\begin{cases} A_{cl}^T P + PA_{cl} < 0 \\ H + Q^T K^T R + R^T K Q \leq 0 \end{cases} . \tag{5.19}$$

由条件(3)解出的K中与子系统状态维数对应的$K_i (i = 1, 2, \cdots, n)$为每个子系统对应的镇定控制器参数。

注记 5.2: 这里X, Y, X_2, P都没有要求分块对角结构，仅要求K是分块对角的。5.19中的两个不等式分别保证了各子系统和整个互联系统的稳定性。

5.4 仿真实验

我们继续采用第4章中仿真系统的互联结构和非线性特征(详见图4.1和4.3)，选取如下不稳定单入单出子系统为异构节点，系统如图5.2所示。

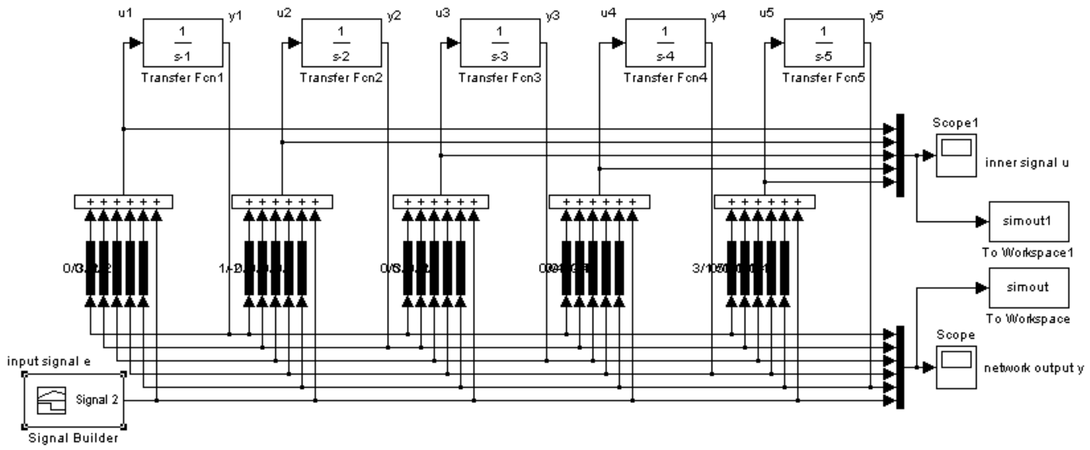


图 5.2　不加入控制时的仿真系统

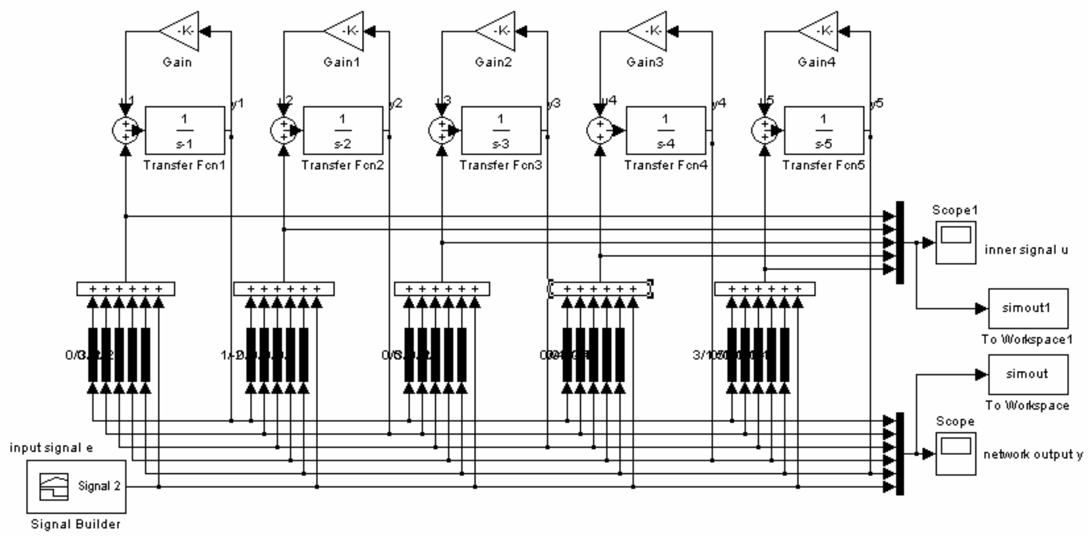
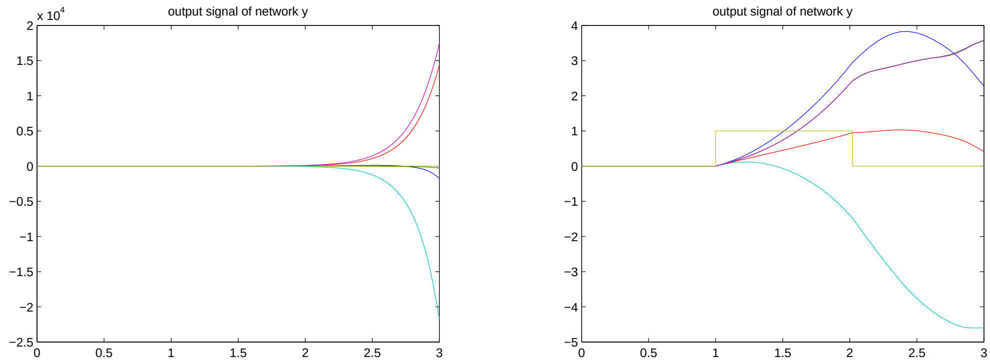


图 5.3　加入局部控制的仿真系统

$$G_1=\frac{1}{s-1};G_2=\frac{1}{s-2};G_3=\frac{1}{s-3};G_4=\frac{1}{s-4};G_5=\frac{1}{s-5}.$$

图5.4(a)是不加控制时的输出结果，显然整个系统是不稳定的。当控制器增益分别选取$-2,-3,-4,-5,-6$时，各子系统可以被镇定。但仅仅使子系统镇定的控制器并不能保证整个系统稳定，图5.4(b)是对应的输出信号，表明稳定子系



(a) 不加入控制时系统输出　　(b) 只镇定子系统时系统输出

图 5.4　不稳定情况下的输出

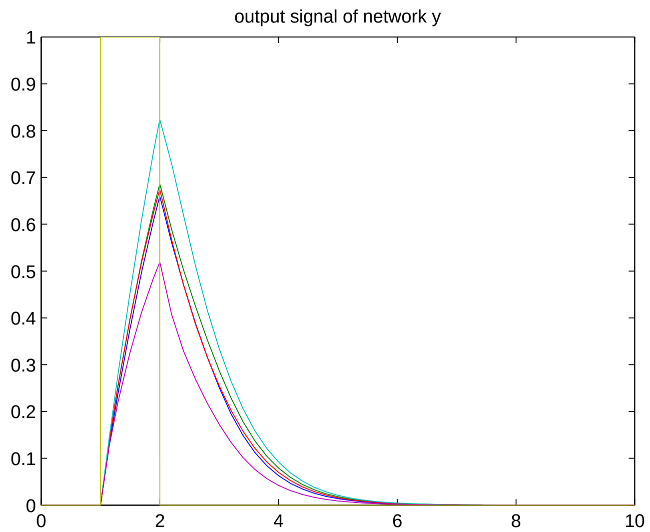


图 5.5　系统采用分布控制器时系统输出

统组成的互联系统不一定稳定。我们根据定理5.1设计控制器，

$$F=\begin{bmatrix} -7.8235 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4.683 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7.0904 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7.3199 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8.8791 \end{bmatrix}, \tag{5.20}$$

可以使整个系统稳定(如图5.5所示)。

5.5 本章小结

针对非线性互联异构系统，本章在第4章稳定性分析结果的基础上重点研究了镇定控制器设计。针对一般动态方程描述的异构节点非线性互联系统，分别给出分布式状态控制器设计和动态输出反馈控制器的设计方法。最后用一个仿真例子验证了方法的有效性。

第六章　分布式网络化控制系统的建模与分析

6.1 引言

当前，网络在生产生活中扮演着重要角色。“网络新科学”作为一个崭新的概念被提出来 [123]，人们对网络的研究在各方面展开。Murray等人将通过网络实现控制作为控制理论未来发展的方向之一 [124]。网络技术在工业中的成熟应用使得分布系统的协调和控制更加便捷，系统的结构趋于扁平化，规模不断变大。随之而来的是系统分析和设计的难度迅速增加，各种问题混杂在一起，涉及控制、通信、网络和计算机等多方面的知识。虽然分布式网络控制系统已经受到广泛关注 [125]，对节点异构性、多回路互联和通信非理想性三方面的每个问题研究都的相当深入，但同时考虑这三个问题的相关研究还是非常少见。本论文的第3章研究的是通信回路中非理想环节的处理；第4章解决了带有非线性互联异构系统的稳定性分析。在前面章节研究的基础上，本章尝试着在不将控制和网络解耦的前提下，对这一问题进行建模分析。为了区别与单回路网络控制系统和分布式控制的研究，我们首先重新定义分布式网络化控制系统：

定义 6.1: 一组互相独立的子系统通过通信网络协调它们的行为以达到共同的目标，我们称这组系统的整体为分布式网络化控制系统(Distributed Networked Control System, DNCS)，如图6.1所示。

从定义可以看出我们所研究的问题其实是网络控制系统(NCS)，多智能体系统以及大系统等的综合，因而更加接近实际的网络化系统。

6.2 问题描述

我们首先给出分布式网络化控制系统的示意图6.1。设系统由$n(n \geq 2$，本章中的图示全部用5节点系统)个子系统构成，不同的子系统通过网络实现信息共享，虚线代表通信关系。我们将子系统放在一起，则系统可以整理为图6.2所示的框图形式。

在进一步分析之前，我们先做如下假设：

(1) 网络设计合理，每个子系统为周期采样的输出，没有空采样和数据丢包的发生；
(2) 子系统的采样传感器是时间驱动的，控制器和执行器为事件驱动；
(3) 不稳定的子系统经过局部镇定，满足输入输出l_2稳定；

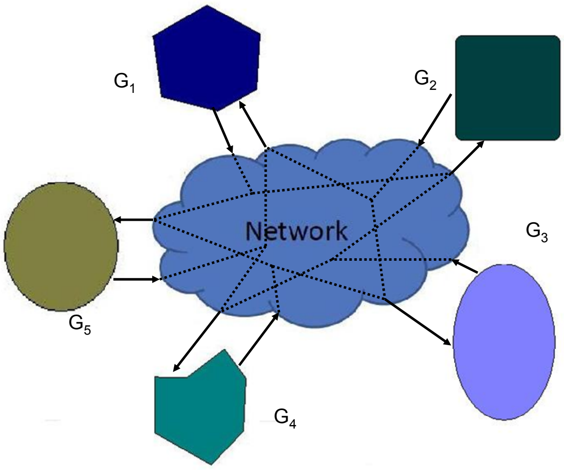


图 6.1　分布异构系统网络化控制系统

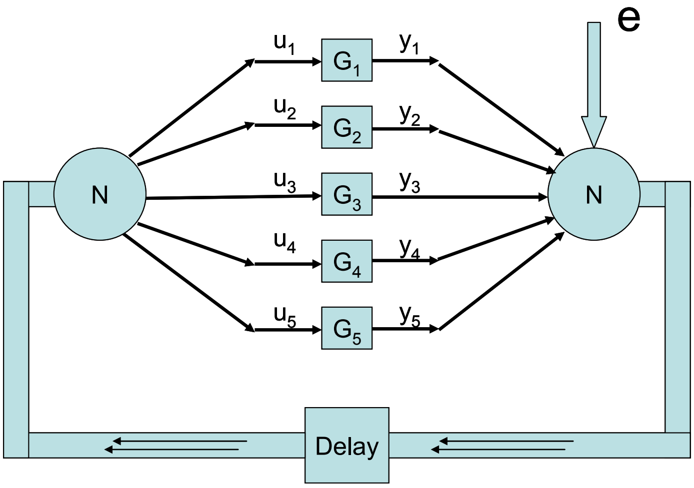


图 6.2　分布异构系统网络化控制系统的框图

(4) 数据从发出后在网络中经历的时延在子系统的接收端可测。

每个子系统的输出都要先经过传感器的采样、量化，然后打成数据包，通过网络发送到目的节点。其中的传输时间以及排队等待时间直接导致数据的延迟，而信号的非线性转换则只影响数据精度。所以，数据的误差不会直接对传输的时滞产生影响，时滞效应和网络中的其它静态非线性是解耦的，可以分开处理，如图6.3所示，图中的黑点表示两个对应子系统之间有信息交流。

6.3 统一模型的建立

针对图6.3所示的系统，我们可以建立分布式网络化控制系统的统一模型。本章考虑的系统均为多入多出系统，在一定意义上对第4章的结果进行了扩展。

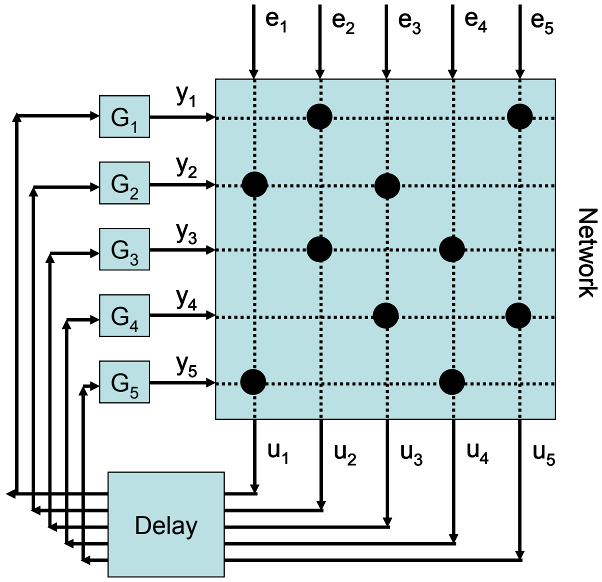


图 6.3 分布异构系统网络化控制系统的通信拓扑

设子系统$G_i(i=1,\cdots,n)$为线性时不变多输入多输出系统:

$$G_i:\begin{cases}\dot{x}_i(t)=A_ix_i(t)+B_iu_i(t)\\ y_i(t)=C_ix_i(t)\end{cases}, \tag{6.1}$$

其中$y_i=[y_{i_1},\cdots,y_{i_{\xi_i}}]^T\in Y_i\subset\mathbf{R}^{\xi_i}$，$u_i=[u_{i_1},\cdots,u_{i_{\zeta_i}}]^T\in U_i\subset\mathbf{R}^{\zeta_i}$。在每个采样周期内，由于存在网络诱导时延，控制输入为分段定常的：

$$u_i(t)=\begin{cases}u_i(k-1), & kT_i\le t<kT_i+\tau_{i_k}\\ u_i(k), & kT_i+\tau_{i_k}\le t<kT_i+T_i\end{cases},\tau_{i_k}\in[0,T_i), \tag{6.2}$$

其中τ_{i_k}表示第k个采样数据从产生到接收所经历的所有延时的总和，T_i表示第i个子系统传感器的采样周期，在不影响分析结果的前提下，假设所有子系统具有相同的采样周期T。由离散控制理论，该时滞可以作为一个不确定性整合到子系统的输入端 [126]。子系统的离散状态方程为：

$$\begin{cases}x_i(k+1)=A_{di}x_i(k)+(B_{0i}+D_i\Delta_i(\tau_{i_k})E_i)u_i(k)\\ \qquad\qquad +(B_{1i}-D_i\Delta_i(\tau_{i_k})E_i)u_i(k-1)\\ y_i(k)=C_ix_i(k)\end{cases}. \tag{6.3}$$

设系统矩阵A_i为$m_i \times m_i$的方阵，当它含有m_i个不为零的互异特征根$\lambda_{i_1}, \cdots, \lambda_{i_{m_i}}$时，$\Lambda_i = [\Lambda_{i_1}, \cdots, \Lambda_{i_{m_i}}]$为相应的特征向量矩阵，则方程6.3中对应矩阵如下，

$$\begin{array}{l} E_i = \Lambda_i^{-1} B_i, B_{0i} = \Lambda_i diag\left(-\frac{1}{\lambda_{i_1}}, \cdots, -\frac{1}{\lambda_{i_{m_i}}}\right) E_i, \\ B_{1i} = \Lambda_i diag\left(\frac{1}{\lambda_{i_1}} e^{\lambda_{i_1} T_i}, \cdots, \frac{1}{\lambda_{i_{m_i}}} e^{\lambda_{i_{m_i}} T_i}\right) E_i, \\ D_i = \Lambda_i diag\left(\frac{1}{\lambda_{i_1}} e^{\lambda_{i_1} a_{i_1}}, \cdots, \frac{1}{\lambda_{i_{m_i}}} e^{\lambda_{i_{m_i}} a_{i_{m_i}}}\right), \\ \Delta_i(\tau_{i_k}) = diag\left(e^{\lambda_{i_1}(T_i - \tau_{i_k} - a_{i_1})}, \cdots, e^{\lambda_{i_{m_i}}(T_i - \tau_{i_k} - a_{i_{m_i}})}\right), \end{array} \tag{6.4}$$

其中a_{i_k}的选取要保证$e^{\lambda_{i_j}(T - \tau_{i_k} - a_{i_k})} < 1, k = 1, \cdots, m_i$。当$A_i$含有零特征根或重根时，可以按约当矩阵用类似的方法进行处理。在系统矩阵6.4中，B_{0i}, B_{1i} ,D_i, E_i是定常矩阵，网络诱导时滞包含在时变矩阵$\Delta_i(\tau_{i_k})$里。但由于a_{i_k}的选取，该矩阵是时变有界的，满足$\Delta_i(\tau_{i_k})^T \Delta_i(\tau_{i_k}) < I_i$。

设$\tilde{u}_i(k) = [\ u_i(k)^T \quad u_i(k-1)^T\ ]^T$为系统的增广输入变量，方程6.3可以写成一种更加简洁的形式：

$$G_i : \begin{cases} x_i(k+1) = A_{di} x_i(k) + (B_{di} + D_i \Delta_i M_i) \tilde{u}_i \\ y_i(k) = C_i x_i(k) \end{cases}, \tag{6.5}$$

其中$B_{di} = [\ B_{0i} \quad B_{1i}\ ]$, $M_i = E_i[\ I_i \quad -I_i\ ]$, $\Delta_i \in \mathbf{S_i} = \{\Delta_i(\tau_{i_k}) \mid \tau_{i_k} \in [0, T)\}$。每个子系统都可以当作空间$l_2(U)$ 到空间$l_2(Y)$的算子

$$y_i = G_i \tilde{u}_i, i = 1, 2, \cdots, n. \tag{6.6}$$

设$x = [x_1^T, \cdots, x_n^T]^T$,$\tilde{u} = [\tilde{u_1}^T, \cdots, \tilde{u_n}^T]^T$, $y = [y_1^T, \cdots, y_n^T]^T$，则所有的子系统可以放到一个表达式中当作一个整体，记作G，

$$G : \begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + (B_d + D\Delta M)\tilde{u} \\ y(k) = C x(k) \\ \Delta^T \Delta < I, \Delta \in \mathbf{S} = \{\Delta(\tau_k) \mid \tau_k \in [0, T)\} \end{cases}, \tag{6.7}$$

其中的系数矩阵如下定义

$$\begin{aligned} &A_d = diag\left(A_{d1}, \cdots, A_{dn}\right), \quad && B_d = diag\left(B_{d1}, \cdots, B_{dn}\right), \\ &C = diag\left(C_1, \cdots, C_n\right), && D = diag\left(D_1, \cdots, D_n\right), \\ &M = diag\left(M_1, \cdots, M_n\right), && \Delta = diag\left(\Delta_1, \cdots, \Delta_n\right). \end{aligned} \tag{6.8}$$

网络诱导时延则作为子系统输入通道的一个加性不确定块，如图6.4所示。 算

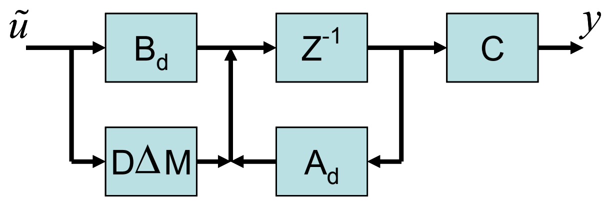


图 6.4　带有加性输入不确定性的子系统

子G可以认为是系统算子，它包含了各子系统本身的动力学特性，

$$y = G\tilde{u}. \tag{6.9}$$

接下来要关注的就是网络拓扑结构和通信通道中其它的非理想特性。通信带来的非理想特性除了网络诱导延时，还有诸如量化、解码、算法以及物理设备等方面的非线性特征。这些环节都会影响到控制精度，因而把DNCS中的互联关系要用非定常代数矩阵描述。由于网络的传输并不会改变数据包的内容，所以假设网络对数据本身的影响是静态的，即没有记忆效应，而只是和当时的采样输入有关，我们用算子φ_{i_κ}来表示互联的输入输出关系，并满足

$$v_{i_\kappa}(k) = \varphi_{i_\kappa}(y(k)), \forall k \in \mathbf{Z}_+, \tag{6.10}$$

其中$\varphi_{i_\kappa}(0) = 0$，$\varphi_{i_\kappa}$是连续的且满足Lipschitz条件，代表每个子系统的输出通过通信网络到达目的节点过程中的静态非线性环节。对于一个设计合理的网络，该环节带来的误差是有界的。y是方程6.9中的输出信号，$y(k)$表示对输出的第k次采样值。v_{i_κ}对应于方程6.9中子系统i输入信号u_i的第κ个分量。由于每个子系统是多入多出的系统，每个通道需要同时传输多路信号，所以假设输出满足向量扇区约束，如图6.5所示(单入单出环节的图例)

$$\underline{k}_{i_\kappa} y(k) \leq \varphi_{i_\kappa}(y(k)) \leq \overline{k}_{i_\kappa} y(k), \tag{6.11}$$

其中$\underline{k}_{i_\kappa},\overline{k}_{i_\kappa}$是常值行向量。 当子系统$i$、$j$之间没有通信时，$\underline{k}_{i_\kappa}$和$\overline{k}_{i_\kappa}$中的对应项

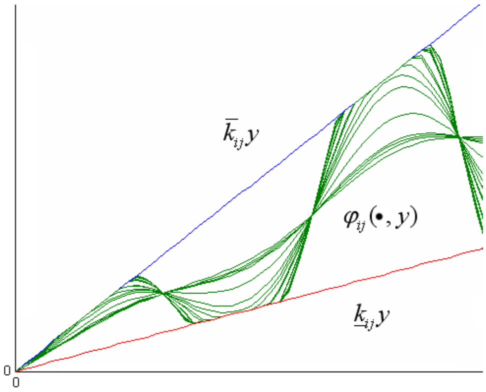


图 6.5　扇区约束非线性

为0。在理想互联假设下，映射$\varphi_{i_\kappa}(\cdot)$就退化成取值为0或1的常数。

记$\varphi_i(\cdot) = [\varphi_{i_1}(\cdot), \cdots, \varphi_{i_\kappa}(\cdot)]^T$，子系统$i$的输入(见图6.3)为

$$u_i(k) = \varphi_i(y(k)) + e_i(k), \tag{6.12}$$

其中$e_i \in l_{2e}(U_i)$为子系统i的外部输入信号。令$U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$，$Y = Y_1 \times Y_2 \times \cdots \times Y_n$, $e = [e_1^T, \cdots, e_n^T]^T \in l_{2e}(U)$，网络映射定义为$F(\cdot): Y \rightarrow U$

$$F(y) = \begin{bmatrix} \varphi_1(y) \\ \vdots \\ \varphi_n(y) \end{bmatrix}. \tag{6.13}$$

我们可以得到整个系统的算子表示W：

$$W: \begin{cases} y = G\tilde{u} \\ u = F(y) + e \end{cases}, \tag{6.14}$$

其中系统算子G描述了带有时滞输入不确定性的异构子系统，F描述了通信网络的静态非线性特征。

通过上面的过程，我们得到方程6.14所描述的分布式网络化控制系统的统一模型。该模型对应于第4章研究的系统模型W，因此我们可以通过平移第4章的结果至离散系统得到针对分布网络化系统的稳定性结果。

6.4 主要结果

本节首先给出互联算子F所满足的约束，但要注意本章考虑的互联中的每个通道都是多入多出的。

定理 6.1: $F(\cdot) : Y \to U$是方程6.13定义的算子，令$v = F(y) \in U$，那么$[y^T, v^T]^T \in Y \times U$满足如下代数约束:

$$\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\underline{K}^T\overline{K} - \overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T + \overline{K}^T \\ \underline{K} + \overline{K} & -2I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} \geq 0, \tag{6.15}$$

其中$\underline{K} = \left[\, \underline{k}_1^T, \cdots, \underline{k}_n^T \,\right]^T$, $\overline{K} = \left[\, \overline{k}_1^T, \cdots, \overline{k}_n^T \,\right]^T$, $\underline{k}_i = \left[\, \underline{k}_{i_1}^T, \cdots, \underline{k}_{i_{\zeta_i}}^T \,\right]^T$, $\overline{k}_i = \left[\, \overline{k}_{i_1}^T, \cdots, \overline{k}_{i_{\zeta_i}}^T \,\right]^T$.

证明: 向量扇区条件6.11可以写成如下形式

$$\begin{gathered} (y^T\underline{k}_{i_\kappa}^T - v_{i_\kappa})(v_{i_\kappa} - \overline{k}_{i_\kappa}y) = -y^T\underline{k}_{i_\kappa}^T\overline{k}_{i_\kappa}y + y^T\underline{k}_{i_\kappa}^T v_{i_\kappa} + v_{i_\kappa}\overline{k}_{i_\kappa}y - v_{i_\kappa}^2 \geq 0, \\ \kappa = 1, 2\cdots, \zeta_i. \end{gathered} \tag{6.16}$$

将6.16按指标κ求和得

$$-y^T\sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(\underline{k}_{i_\kappa}^T\overline{k}_{i_\kappa})y + y^T\sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(\underline{k}_{i_\kappa}^T v_{i_\kappa}) + \sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(v_{i_\kappa}\overline{k}_{i_\kappa})y - \sum_{\kappa=1}^{\zeta_i} v_{i_\kappa}^2 \geq 0. \tag{6.17}$$

由

$$\sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(\underline{k}_{i_\kappa}^T\overline{k}_{i_\kappa}) = \underline{k}_i^T\overline{k}_i, \sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(\underline{k}_{i_\kappa}^T v_{i_\kappa}) = \underline{k}_i^T v_i, \sum_{\kappa=1}^{\zeta_i}(v_{i_\kappa}\overline{k}_{i_\kappa}) = v_i^T\overline{k}_i,$$

式6.17变成

$$\begin{gathered} -y^T\underline{k}_i^T\overline{k}_i y + y^T\underline{k}_i^T v_i + v_i^T\overline{k}_i y - v_i^T v_i \\ = -y^T\underline{k}_i^T\overline{k}_i y + \tfrac{1}{2}y^T\left(\underline{k}_i^T + \overline{k}_i^T\right)v_i + \tfrac{1}{2}v_i^T\left(\underline{k}_i + \overline{k}_i\right)y - v_i^T v_i \geq 0, \\ i = 1, 2\cdots, n. \end{gathered} \tag{6.18}$$

再将式6.18按指标i求和，得

$$-y^T\sum_{i=1}^{n}(\underline{k}_i^T\overline{k}_i)y+\frac{1}{2}y^T\left[\underline{k}_1^T+\overline{k}_1^T,\cdots,\underline{k}_n^T+\overline{k}_n^T\right]v+\frac{1}{2}v^T\begin{bmatrix}\underline{k}_1+\overline{k}_1\\ \vdots\\ \underline{k}_n+\overline{k}_n\end{bmatrix}y-v^Tv\geq 0. \tag{6.19}$$

■

根据$\underline{K}$和$\overline{K}$的定义，从6.19可以得定理6.1的结果。

注记 6.1: 记

$$\Pi:=\begin{bmatrix}-\underline{K}^T\overline{K}-\overline{K}^T\underline{K} & \underline{K}^T+\overline{K}^T\\ \underline{K}+\overline{K} & -2I\end{bmatrix}, \tag{6.20}$$

仍然称Π为互联约束矩阵。定理6.1给出的是网络在离散多输入多输出空间上所满足的代数二次约束。第4章给出的是连续输入输出互联的约束描述，本章将其扩展到离散多入多出系统，目的是为了结合系统算子的描述得到分布网络化控制系统的稳定性条件。根据IQC方法的特点 [110]，我们可以根据额外的信息对网络的不确定性加入更多的约束条件。所以网络中非理想特性的精确描述取决于可以得到的关于系统的信息，这里只给出一种最粗略的描述－－扇区约束非线性。

在给出稳定性结果之前，我们要先给出本章关注的离散系统稳定性定义：

定义 6.2: 称算子$H:l_{2e}\to l_{2e}$定义的系统是有限增益l_2稳定的，如果存在$\gamma>0$，$\beta\in\mathbf{R}$满足

$$\|y_N\|_2\leq\gamma\|e_N\|_2+\beta,\forall N\in\mathbf{Z}_+. \tag{6.21}$$

如果$\beta=0$，则称系统具有无偏有界l_2增益稳定性。

下面我们不加证明的给出三个结果，具体证明方法只要将第4章相应的定理中连续时间变成离散序列即可。

定理 6.2: 设算子$y=Hu\in l_{2e}(Y),\forall u\in l_{2e}(U)$为有限增益$l_2$稳定的，当且仅当存$\beta\in\mathbf{R}$和具有如下结构的线性算子$\Phi(\cdot):l_{2e}(Y)\times l_{2e}(U)\to l_{2e}(Y)\times l_{2e}(U)$：

$$\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Phi_{12}\\ \Phi_{12}^* & \Phi_{22}\end{bmatrix}$$

其中Φ_{11}正定，$\Phi_{22}=\Phi_{22}^*,\Phi_{12}$有界，满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix}, \Phi \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix} \right\rangle \leq \beta, \forall u \in l_{2e}(U), \forall N \in \mathbf{Z}_+. \tag{6.22}$$

在定理6.2中，算子H并没有要求必须是线性的。对于本章中含有不确定性的系统W该定理仍然成立。根据定理6.1和定理6.2得到的结果可以得到如下结论：

定理 6.3: 设方程6.14定义的系统W适定，系统中的所有子系统均适定且有界增益l_2稳定。如果存在$\varepsilon>0$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix} \right\rangle \leq -\varepsilon \|y_N\|_2^2, \forall N \in \mathbf{Z}_+. \tag{6.23}$$

假设每个子系统在输入通道带有短时滞不确定性时仍然有界增益$\mathbf{L}_2$稳定，则根据定理6.3可以得到如下推论。

推论 6.4: 设方程6.14定义的系统W适定，系统中的所有子系统均为有界增益l_2稳定且适定。如果存在$\tilde{\varepsilon}>0$满足

$$\left\langle \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix}, \Pi \begin{bmatrix} y_N \\ u_N \end{bmatrix} \right\rangle \leq -\tilde{\varepsilon} \|u_N\|_2^2, \forall N \in \mathbf{Z}_+, \tag{6.24}$$

则分布异构系统W具有有界增益l_2稳定性。

对于稳定LTI子系统，进一步有如下结果，

推论 6.5: 设系统W中的子系统都是有限增益l_2稳定的，且传递函数为$G(z)$，那么，整个DNCS系统W是有限增益l_2稳定的，如果

$$\begin{bmatrix} G(e^{j\omega}) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} G(e^{j\omega}) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall \omega \in [-\pi, \pi]. \tag{6.25}$$

对推论6.5用离散KYP引理可以得到LMI判定条件。

定理 6.6: DNCS系统W是有限增益l_2稳定的，如果存在$\varepsilon > 0$和对称正定矩阵Ω满足

$$\begin{bmatrix} \varepsilon Q + M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^{*} & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{6.26}$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} -C^{*}(\underline{K}^T\overline{K} + \overline{K}^T\underline{K})C & C^{*}(\underline{K}+\overline{K})^T \\ (\underline{K}+\overline{K})C & -2I \end{bmatrix},$$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} A_d^T\Omega A_d - \Omega & A_d^T\Omega B_d \\ B_d^T\Omega A_d & B_d^T\Omega B_d + M^TD^T\Omega DM + M^TM \end{bmatrix},$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 0 & A_d^T\Omega D \\ 0 & B_d^T\Omega D \end{bmatrix}.$$

证明: 由离散KYP引理和Q的定义，从推论6.5可以得到

$$Q + \begin{bmatrix} A_d^TPA_d - P & A_d^TP\tilde{B} \\ \tilde{B}^TPA_d & \tilde{B}^TP\tilde{B} \end{bmatrix} < 0, \tag{6.27}$$

其中$\tilde{B} = B_d + D\Delta M$，且由6.8定义的不确定块$\Delta$范数有界。如果$P > 0$，我们可以得到

$$\tilde{B}^TP\tilde{B} \le B_d^TPB_d + (D\Delta M)^TPB_d + B_d^TP(D\Delta M) + M^TD^TPDM. \tag{6.28}$$

拉出不等式6.28中的不确定块，得

$$Q + \widetilde{A} + \widetilde{D}\widetilde{\Delta}\widetilde{M} + (\widetilde{M}\widetilde{\Delta}\widetilde{D})^T < 0\ , \tag{6.29}$$

其中

$$\widetilde{A} = \begin{bmatrix} A_d^TPA_d - P & A_d^TPB_d \\ B_d^TPA_d & B_d^TPB_d + M^TD^TPDM \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{D} = \begin{bmatrix} 0 & A_d^TPD \\ 0 & B_d^TPD \end{bmatrix}, \widetilde{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \widetilde{\Delta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix}.$$

由引理2.4，可以得到不等式6.29成立的充分条件，

$$Q + \widetilde{A} + \varepsilon\widetilde{D}\widetilde{D}^T + \varepsilon^{-1}\widetilde{M}^T\widetilde{M} < 0,\quad \varepsilon > 0\ . \tag{6.30}$$

这里需要注意，虽然引理2.4是充要条件，但由于不等式6.29中的Δ 是具有结构信息的，所以此处只是得到充分条件。

$\varepsilon > 0$，不等式6.30可以写成

$$\varepsilon Q + \varepsilon\widetilde{A} + \varepsilon\widetilde{D}\varepsilon\widetilde{D}^T + \widetilde{M}^T\widetilde{M} < 0. \tag{6.31}$$

■

令$\varepsilon P = \Omega, M_{11} = \varepsilon\widetilde{A} + \widetilde{M}^T\widetilde{M}$，$M_{12} = \varepsilon\widetilde{D}$；由Schur补得到定理中的结果。

注记 6.2: 定理6.6是一个线性LMI，可以直接进行数值求解，但子系统的异构性导致LMI的维数随子系统个数的增加而变大，所以不能得到类似于多智能体研究中的scale free 的结果。

6.5 仿真实验

6.5.1 采用CAN总线的稳定系统

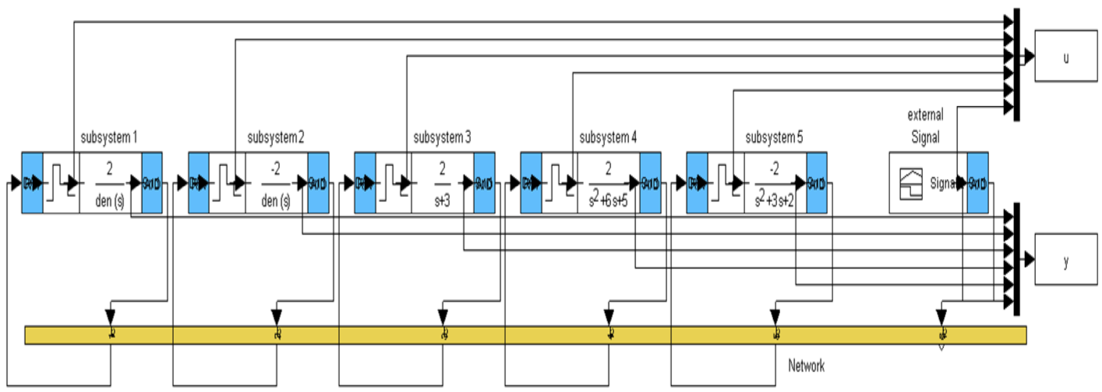


图 6.6　5节点DNCS系统仿真

本仿真例子采用如图6.6所示的五节点单入单出DNCS，节点之间按图6.1 的通信关系互联。利用Truetime搭建网络环境，包括采样、量化和通信网络等模块，图中黄色长条表示通信总线。由于CAN总线在实际中广泛应用并且网络诱导延时有界，这里选作网络通信协议，网速设定为$1000bits/s$。

每个子系统包括五部分：传感器、量化器、解码器、零阶保持器和连续时间对象。本系统中，连续对象的输出采样的周期是$0.15s$，采用对数量化器。

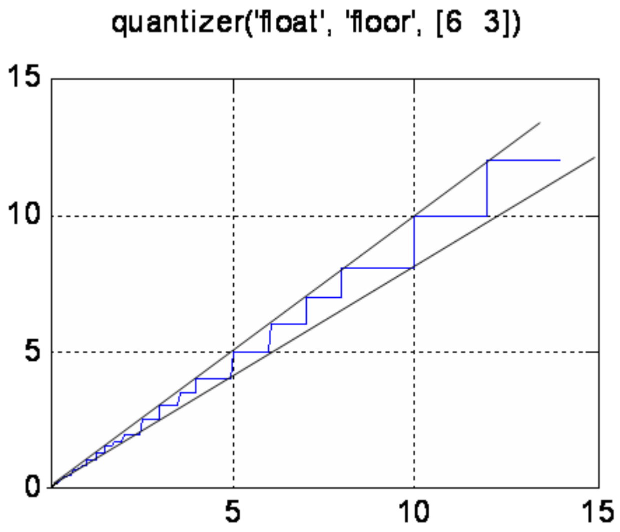


图 6.7　对数量化器(只截取输入为正数的部分)

量化效应如图6.7所示，可以看出对数量化器满足扇区约束，每个数据包的大小为$10bits$，量化误差的扇区为$[0.999, 1.001]$。图6.6的最右一个节点为外部信号源，本例中采用的是有一定宽度的方形脉冲信号。前五个节点为稳定的LTI子系统，传递函数如下：

$$G_1 = \frac{2}{s^3+6s^2+11s+6}; G_2 = \frac{-7}{s^3+7s^2+14s+8};$$
$$G_3 = \frac{2}{s+10}; G_4 = \frac{2}{s^2+6s+5}; G_5 = \frac{-4}{s^2+3s+2}.$$

图6.8表明整个仿真过程中，网络诱导延时限制在$[0, T)$内。系统的内部信号和输出(图6.9)表明整个系统是稳定的。

接下来我们进一步验证本章得到的稳定性判据的有效性。由仿真参数，我们可以根据方程6.4、6.5 和6.8分别得到A_d, B_d, C, D和M值，其中a_{i_j}选τ_k的下界就可以满足$\Delta(\tau_k)^T\Delta(\tau_k) < I$。由图6.1得到通信拓扑为

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

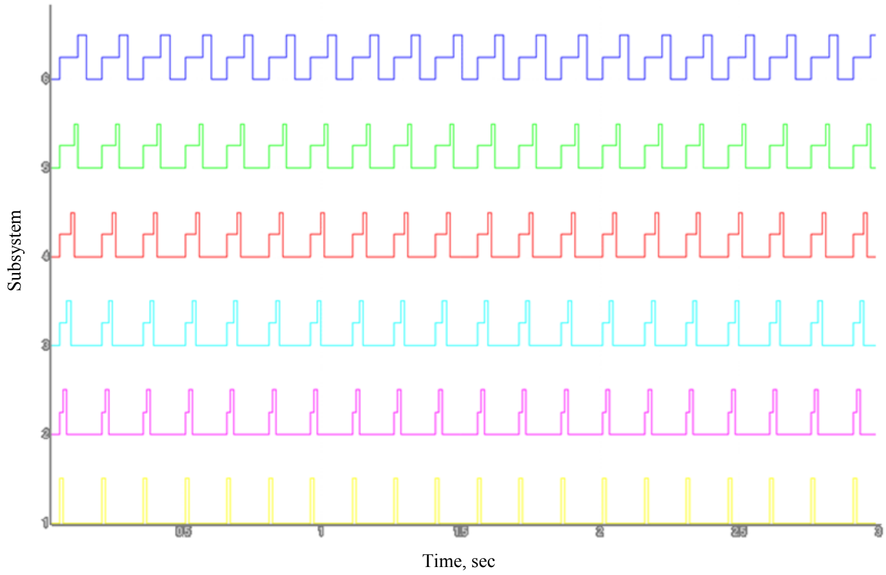
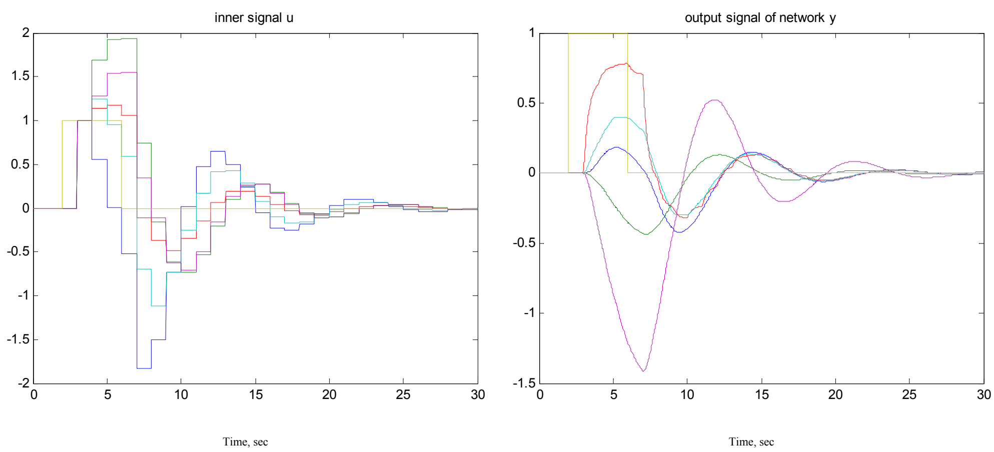


图 6.8　网络的调度(高为发送，中间为等待，低为空闲)



(a) 子系统内部输入信号　　(b) 子系统输出信号

图 6.9　外部输入为有限宽度脉冲信号时，DNCS中各子系统的输入输出

网络中的静态非线性约束的上下界分别为$\overline{K} = K+0.001$和$\underline{K} = K-0.001$。这里要注意方程6.14中的$\tilde{u}$是增广输入，所以在计算时$\underline{K}$ 和$\overline{K}$也要作相应的扩展。用LMI工具箱求解不等式6.26得到$\varepsilon = 122.6832 > 0$、$\Omega$为$11 \times 11$的正定矩阵，即定理6.6所需条件满足，系统稳定。理论判定的结果和仿真的结果一致，说明我们的理论的有效性。

6.5.2 采用EtherNet协议的不稳定系统

如果将网络采用的CAN总线协议改成工业以太网协议，其它的参数全部保

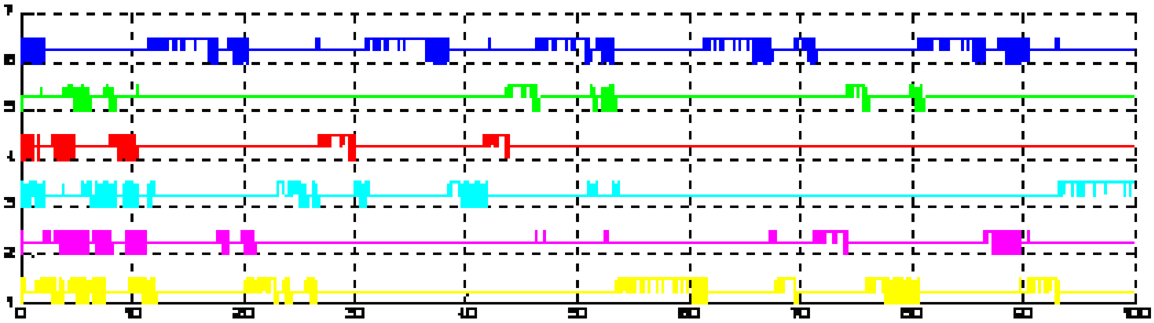
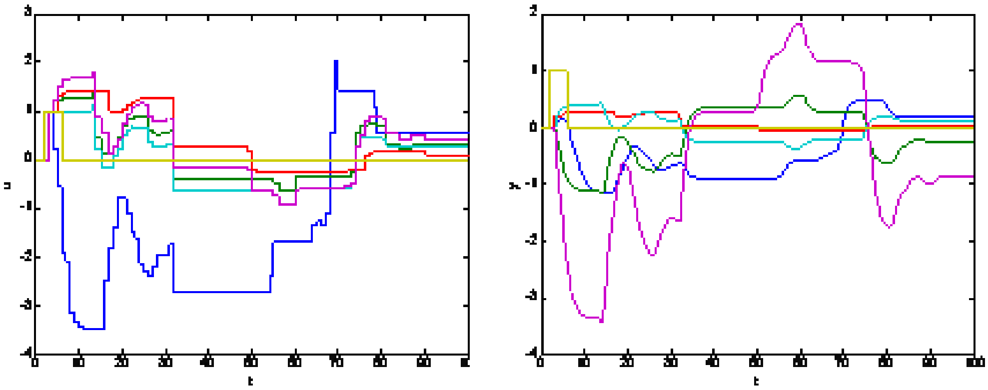


图 6.10　工业以太网协议下网络的调度(高为发送，中间为等待，低为空闲



(a) 子系统内部输入信号　　(b) 系统输出信号

图 6.11　不稳定系统的输入输出

持不变。则由于长时延的存在(图6.10)会导致系统不稳定，如图6.11所示。不过本章的结果只针对短时延的情形，长时延的情况有待进一步研究。

6.6 本章小结

本章我们首先重新定义了分布式网络化控制系统，强调了节点的异构性、互联关系和通信的非理想性三方面特点。在第4章结果的启发下，通过算子理论将它们纳入到输入输出方法的框架下，给出分布式网络化控制系统的统一模型。将网络中的非理想特性分成了两部分，包括网络诱导延时和其它静态非线性环节。建模过程中，延时部分作为子系统输入通道的加性不确定性处理，静态非线性则在扇区约束的假设下用互联约束矩阵描述。参照连续系统的相应结果，处理系统算子中存在的不确定块，得到分布式网络化控制系统稳定性数值判定条件，并用仿真例子验证了结果的有效性。

对照第5章的设计思路，我们也可以基于定理6.6的结论得到网络条件下系

统镇定控制器的设计方法。由于处理方法类似，这里不再给出详细过程。

结 束 语

分布式网络化控制系统是当前控制理论研究的一个热点，针对不同的侧重点产生了诸如多智能体系统、复杂系统、网络化控制系统等研究方向。国内外很多学者都参与到此类研究中，每个领域都涌现出大量的研究结果。本文全面考虑分布式网络化系统的主要特点，研究了该类系统的建模分析与综合。本文的主要结果与贡献如下：

(1) 针对强调通信环节非理想性的单回路网络化控制系统，我们没有采用Lyapunov方法将网络特性表现为判定结果中的参数，而是通过把时滞、丢包和量化给系统带来的影响处理为满足一定约束的不确定块，同采样后的标称离散系统通过反馈连接，将网络引入的问题直接包含到模型中，应用鲁棒分析的各种方法得到不同保守性的稳定性判定条件。

(2) 给出了多回路非理想互联的代数描述。网络控制系统专刊的文章 [112]早在07年就指出有必要对网络本身直接进行描述，而且对网络控制系统的研究不能局限于单回路系统，要扩展到多回路的情况。本文得到互联约束矩阵就是对这个想法的初步尝试。在此基础上，结合对象输入输出空间上锥约束，采用输入输出方法得到稳定性判定的一般性结果。当系统由线性定常子系统组成时，应用KYP引理得到整体稳定性的数值判定条件。并在稳定性结果的基础上，给出非线性互联异构系统的状态反馈和输出反馈分布镇定控制器设计方法。

(3) 全面考虑分布式网络化系统的主要特点，将网络中的非理想特性分别用对象输入通道的不确定块和互联约束矩阵进行描述，给出了包括异构子系统、互联拓扑和通信非理想(时延、量化)三方面因素的分布式网络化控制系统的整体模型。采用输入输出方法得到稳定性分析结果和数值可解的判定条件。

虽然当前关于分布式网络化控制系统的结果相当丰富，但相对于成熟的应用，理论研究还相当滞后。本文试图为系统的整体研究提供新的模型和分析思路，得到了一些初步结果。作者计划在已有结果的基础上进一步深入研究：

(1) 在单回路控制系统的建模环节全面考虑网络通信特性，使模型更加接近实际情况。尽管我们同时考虑了通信中存在的多种不确定性，但仍有一些非理想特性，包括调度、多包传输等，无法纳入到模型中去。单回路网络化控制系统的更加完善的、合理的和便于分析的模型有待进一步发展。

(2) 只针对网络化互联本身，找出可以更准确描述其特点的积分二次约束条件。除了扇区非线性，网络中还存在时延不确定性等其它类型的非理想环节，针对每一类环节，都可以像IQC理论中已有的乘子一样，找到一个具体的约束表达式，使系统的分析模块化。

(3) 采用保守性更小的分析方法和控制策略。虽然我们得到了一些稳定性结果，给出控制器设计方法，但我们更多强调的是整个建模、分析和综合的思路，而对具体的方法研究并不是非常深入。如果采用一些先进方法(如自适应、模型预测等)，结果的保守性将会大大减小，解决实际问题的能力更强。

(4) 找到一种迭代形式的稳定性结果，用于分析规模不断变化的网络。由于强调子系统的异构性，因而我们得到的结果不是scale free的，维数会随系统中节点数量的增多而不断变大。但网络中的互联是非常松散的，可以通过稀疏矩阵的一些性质，构造系统稳定性的迭代检验算法。从而可以动态判定节点变化情况下系统的工作状态。

(5) 得出复杂系统一致性分析的结果。我们已经得到异构系统输入输出稳定性分析方法，而且该方法对对象本身并没有非常特殊的要求。根据得到的结果，重新定义各子系统之间或与leader之间状态的差为新状态，则可以将一致性问题转化到本文的框架下，用差状态收敛到零的稳定性得到原系统的一致性。

参考文献

[1] A. Bemporad, M. Heemels, M. Johansson. Networked control systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010

[2] G. Walsh, H. Ye, L. Bushnell. Stability analysis of networked control systems[C]. in Proceedings of the 1999 American Control Conference. 1999, 2876–2880

[3] S. Oh, S. Sastry. Distributed networked control system with lossy links: state estimation and stabilizing communication control[C]. in Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006, 1942–1947

[4] F. Lian. Analysis, design, modeling and control of networked control systems[D]. Ph.D. thesis, The University of Michigan, 2001

[5] R. Luck, A. Ray. An observer based compensation for distributed delays[J]. Automatica. 1990, **26**(5):903–908

[6] J. Nilsson, B. Bernhardsson, B. Wittenmark. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. Automatica. 1998, **34**(1):57–64

[7] Z. Wang, F. Yang, D. Ho, X. Liu. Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics. 2007, **37**(4):916 – 924

[8] S. Hu, Q. Zhu. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay[J]. Automatica. 2003, **39**(11):1877–1884

[9] J. Nilsson, B. Bernhardsson, B. Wittenmark. Some topics in real-time control[C]. in Proceedings of the 1998 American Control Conference. 1998, 2386–2390

[10] 岳东, 彭晨, Qinglong Han. 网络控制系统的分析与综合[M]. 北京: 科学出版社, 2007

[11] R. Murray. Future directions in control, dynamics, and systems: overview, grand challenges, and new courses[C]. In Proceedings of the 5th European Control Conference. 2003, 114–158

[12] Y. Halevi, A. Ray. Integrated communication and control systems:part I-analysis[J]. ASME Journal of Dynamic Systems,Measurement and Control. 1988, **110**(4):367–373

[13] A. Ray, Y. Halevi. Integrated communication and control systems:part II-design considerations[J]. ASME Journal of Dynamic Systems,Measurement and Control. 1988, **110**(4):374–381

[14] W. Zhang, M. Branicky, S. Phillips. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine. 2001, **21**(1):84–99

[15] E. Silva. A unified rramework for the analysis and design of networked control systems[D]. Ph.D. thesis, The University of Newcastle, 2009

[16] G. Xie, L. Wang. Stabilization of networked control systems with time-varying network-induced delay[C]. in Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. 2004, 3551–3556

[17] Y. Yang, Y. Wang. Modeling and control for NCS with timevarying long delays[C]. in Proceedings of the 4th International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2005, 1407–1411

[18] S. Li, Z. Wang, Y. Sun. Observer-based compensator design for networked control systems with long time delays[C]. in Proceedings of the 2004 IEEE Industrial Electronics Society. 2004, 678–683

[19] Y. Yang, D. Xu, M. Tan, X. Dai. Stochastic stability analysis and control of networked control systems with randomly varying long time-delays[C]. in Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. 2004, 1391–1395

[20] B. Lincoln, B. Bernhardsson. Optimal control over networks with long random delays[C]. in Proceedings of the International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems. 2000

[21] A. Matveev, A. Savkin. Optimal computer control via communication channels with irregular transmission times[J]. International Journal of Control. 2003, **76**(2):165–177

[22] H. Lin, P. Antsaklis. Stability and persistent disturbance attenuation properties for a class of networked control systems: Switched system approach[J]. International Journal of Control. 2005, **78**(18):1447–1458

[23] L. Hetel, J. Daafouz, C. Iung. Stabilisation of arbitrary switched linear systems With unknown time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2006, **51**(18):1668–1674

[24] W. Zhang, L. Yu. Modelling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout[J]. Automatica. 2008, **44**(12):3206–3210

[25] M. Cloosterman, N. van de Wouw, M. Heemels, H. Nijmeijer. Stability of networked control systems with uncertain time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009, **54**(7):1575–1580

[26] M. Cloosterman, N. van de Wouw, M. Heemels, H. Nijmeijer. Robust stability of networked control systems with time-varying network-induced delays[C]. in Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006, 4980–4985

[27] L. Zhang, Y. Shi, T. Chen, B. Huang. A new method for stabilization of networked control systems with random delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005, **50**(8):1177–1181

[28] J. Xiong, J. Lam. Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss[J]. Automatica. 2007, **43**(1):80–87

[29] Y. Shi, B. Yu. Output feedback stabilization of networked control systems with random delays modeled by markov chains[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009, **54**(7):1668–1674

[30] W. Zhang, L. Yu. A robust control approach to stabilization of networked control systems with time-varying delays[J]. Automatica. 2009, **45**(12):2440–2445

[31] M. Cloosterman, N. van de Wouw, M. Heemels, H. Nijmeijer. Stability of networked control systems with large delays[C]. in Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. 2007, 5017–5022

[32] M. Rivera, A. Barreiro. Analysis of networked control systems with drops and variable delays[J]. Automatica. 2007, **43**(12):2054–2059

[33] L. Dritsas, A. Tzes. Robust stability analysis of networked systems with varying delays[J]. International Journal of Control. 2009, **82**(12):2347–2355

[34] 于之讯, 陈辉堂, 王月娟. 基于H_∞和μ综合的闭环网络控制系统的设计[J]. 同济大学学报. 2001, **29**(3):308–311

[35] 姜培刚, 姜偕富, 李春文, 徐文立. 基于LMI方法的网络化控制系统的H_∞鲁棒控制[J]. 控制与决策. 2004, **19**(1):17–26

[36] D. Yue, W. Sangchul. Design of robust controller for uncertain systems with delays in state and input[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications and Algorithms. 2003:320–339

[37] H. Gao, T. Chen, J. Lam. A new delay system approach to network-based control[J]. Automatica. 2008, **44**(1):39–52

[38] J. Sun, S. Djouadi. Robust stabilization over communication channels in the presence of unstructured uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009, **54**(4):830–834

[39] D. Yue, Q. Han, C. Peng. State feedback controller design of networked control systems[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems. 2004, **51**(11):640–644

[40] M. Liu, W. Daniel, Y. Niu. Stabilization of markovian jump linear system over networks with random communication delay[J]. Automatica. 2009, **45**(2):416–421

[41] R. Krotolica, U. Ozguner, H. Chen, H. Goktas. Stability of linear feedback system with random communication delays[J]. International Journal of Control. 1994, **59**(4):925–953

[42] L. Xiao, A. Hassibi, J. How. Control with random communication delays via a discrete-time jump system approach[C]. in Proceedings of the 2000 American Control Conference. 2000, 2199–2204

[43] Z. Sun, L. Xiao, D. Zhu. Analysis of networked control systems with multiple-packet transmission[C]. in Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. 2004, 1357–1359

[44] M. Sahebsara, T. Chen, S. Shah. Optimal H_{infty} filtering in networked control systems with multiple packet dropouts[J]. Systems and Control Letters. 2008, **57**(9):696–702

[45] R. Brocket. Stabilization of motor networks[C]. in Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control. 1995, 1484–1488

[46] W. Wong, R. Brocket. System with finite communication bandwidth constraints-Part I: state estimation problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1997, **42**(9):1294–1299

[47] W. Wong, R. Brocket. System with finite communication bandwidth constraints-II: stabilization with limited information feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1999, **44**(5):1049–1053

[48] P. Seiler, R. Sengupta. An H_∞ approach to networked control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005, **50**(3):356–364

[49] H. Ishii. H_∞ control with limited communication and message losses[J]. Systems and Control Letters. 2008, **57**(4):322–331

[50] D. Hristu, K. Morgansen. Limited communication control[J]. System and Control Letters. 1999, **37**(4):193–205

[51] D. Hristu. Stabilization of LTI systems with communication constraints[C]. In Proceedings of the 2000 American Control Conference. 2000, 2342–2346

[52] O. Imer, S. Yuksel, T. Basar. Optimal control of LTI systems over unreliable communication links[J]. Automatica. 2006, **42**(9):1429–1439

[53] B. Sinopoli, L. Schenato, M. Franceschetti, K. Poolla, M. Jordan, S. Sastry. Kalman filtering with intermittent observations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, **49**(9):1453–1464

[54] N. Elia, S. Mitter. Stabilization of linear systems with limited information[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2001, **46**(9):1384–1400

[55] N. Elia. Remote stabilization over fading channels[J]. Systems and Control Letters. 2005, **54**(3):238–249

[56] H. Ishii. Stabilization under shared communication with message losses and its limitations[C]. in Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006, 4974–4979

[57] R. Kalman. Nonlinear aspects of sampled-data control systems[C]. in Proceedings of the Symposium on Nonlinear Circuit Analysis. 273–313

[58] H. Gao, T. Chen. A poly-quadratic approach to quantized feedback systems[C]. in Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006, 5495–5500

[59] G. Zhai, X. Chen, J. Imae, T. Kobayashi. Analysis and design of H_∞ feedback control systems with two quantized signals[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control. 2006, 346–350

[60] D. Nesic, D. Liberzon. A unified framework for design and analysis of networked and quantized control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009, **54**(4):732–747

[61] R. Brockett, D. Liberzon. Quantized feedback stabilization of linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2000, **45**(7):1279–1289

[62] D. Delchamps. Stabilizing a linear system with quantized state feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1990, **35**(8):916–924

[63] N. Elia, S. Mitter. Quantization of linear systems[C]. in Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. 1999, 3428–3433

[64] G. Goodwin, H. Haimovich, D. Quevedo, J. Welsh. A moving horizon approach to networked control system design[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, **49**(9):1427–1445

[65] Y. Liu, G. Yang. Stability analysis of networked control systems with quantized feedback[C]. in Proceedings of the 28th Chinese Control and Decision Conference. 2009, 165–169

[66] L. Montestruque, P. Antsklis. Static and dynamic quantization in model-based networked control systems[J]. International Journal of Control. 2007, **80**(1):87–101

[67] K. Tsumura, H. Ishii, H. Hoshina. Tradeoffs between quantization and packet loss in networked control of linear systems[J]. Automatica. 2009, **45**(12):2963–2970

[68] Q. Ling, M. Lemmon. Stability of quantized control systems under dynamic bit assignment[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005, **50**(5):734–740

[69] E. Fridman, M. Dambrine. Control under quantization, saturation and delay: An LMI approach[J]. Automatica. 2009, **45**(10):2258–2264

[70] M. Fu, L. Xie. The sector bound approach to quantized feedback control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005, **50**(11):1698–1711

[71] H. Gao, T. Chen. A new approach to quantized feedback control systems[J]. Automatica. 2008, **44**(2):534–542

[72] G. Walsh, O. Beldiman, L. Bushnell. Asymptotic behaviour of nonlinear networked control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2001, **46**(7):1093–1097

[73] L. Hu, T. Bai, P. Shi, Z. Wu. Sampled-data control of networked linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2007, **43**(5):903–911

[74] D. Kim, Y. Lee, W. Kwon, H. Park. Maximum allowable delay bounds of networked control systems[J]. Control Engineering Practice. 2003, **11**(11):1301–1313

[75] P. Tang, C. de Silva. Compensation for transmission delays in an ethernet-based control network using variable horizon predictive control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2006, **14**(4):707–718

[76] A. Jentzen, F. Leber, D. Schneisgen, A. Berger, S. Siegmund. An improved maximum allowable transfer interval for L_p stability of networked control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2010, **55**(1):179–184

[77] X. Sun, G. Liu, W. Wang, D Rees. Stability analysis for networked control systems based on event-time-driven mode[J]. International Journal of Control. 2009, **82**(12):2260–2266

[78] L. Schenato. To zero or to hold control inputs with lossy links?[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009, **54**(5):1093–1099

[79] M. Epstein, L. Shi, S. Cairano, R. Murray. Control over a network: Using actuation buffers and reducing transmission frequency[C]. In Proceedings of the 9th European Control Conference. 2007, 562–597

[80] E. Justha, P. Krishnaprasad. Equilibria and steering laws for planar formations[J]. Systems and Control Letters. 2004, **52**(1):25–38

[81] J. Hu, G. Feng. Distributed tracking control of leader-follower multi-agent systems under noisy measurement[J]. Automatica. 2010, **46**(8):1382–1387

[82] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006

[83] Z. Qu. Cooperative control of dynamical systems[M]. London: Springer-Verlag, 2009

[84] P. Moylan, D. Hill. Stability criteria for large-scale systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1978, **23**(5):143–149

[85] G. Dullerud, R. Andrea. Distributed control of heterogeneous systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, **49**(12):2113–2128

[86] I. Lestas, G. Vinnicombe. Scalable decentralized robust stability certificates for networks of interconnected heterogeneous dynamical systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2006, **51**(10):1613–1625

[87] C. Langbort, R. Andrea. Distributed control of heterogeneous systems interconnected over an arbitrary graph[C]. in Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. 2003, 2835–2840

[88] R. Chandra, C. Langbort. Distributed control design with robustness to small time delays[C]. in Proceedings of the 2005 American Control Conference. 2005, 4850–4855

[89] C. Langbort, R. Chandra, R. Andrea. Distributed control design for systems interconnected over an arbitrary graph[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, **49**(9):1502–1519

[90] U. Josson, C. Kao, H. Fujioka. A popov criterion for networked systems[J]. Systems and Control Letters. 2007, **56**(9):603–610

[91] C. Kao, U. Josson, H. Fujioka. Characterization of robust stability of a class of interconnected systems[J]. Automatica. 2009, **45**(1):217–224

[92] P. Prathyush, C. Edwards. Decentralised static output feedback stabilisation and synchronisation of networks[J]. Automatica. 2009, **45**(12):2910–2916

[93] K. Gu. Stability problem of systems with multiple delay channels[J]. Automatica. 2010, **46**(4):743–751

[94] Y. Sun, L. Wang, G. Xie. Average consensus in networks of dynamic agents with switching topologies and multiple time-varying delays[J]. Systems and Control Letters. 2008, **57**(2):175–183

[95] D. Lee, M. Spong. Agreement with non-uniform information delays[C]. in Proceedings of the 2006 American Control Conference. 2006, 756–761

[96] P. Lin, Y. Jia. Consensus of second-order discrete-time multi-agent systems with nonuniform time-delays and dynamically changing topologies[J]. Automatica. 2009, **45**(9):2145–2158

[97] U. Munz, A. Papachristodoulou, F. Allgower. Nonlinear multi-agent system consensus with time-varying delays[C]. in Proceedings of the 17th IFAC World Congress. 2008, 1522–1527

[98] F. Fagnani, S. Zapieri. Average consensus with packet drop communication[J]. SIAM Journal on Control and Optimization. 2009, **48**(1):102–133

[99] A. Kashyap, T. Basar, R. Srikant. Quantized Consensus[J]. Automatica. 2007, **43**(7):1192–1203

[100] R. Carli, F. Bullo, S. Zampieri. Quantized average consensus via dynamic coding/decoding schemes[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2009, **20**(2):156–175

[101] D. Dimarogonas, K. Johansson. Quantized agreement under time-varying communication topology[C]. in Proceedings of the 2008 American Control Conference. 2008, 4376–4381

[102] Y. Cao, W. Ren. Sampled-data discrete-time coordination algorithms for double-integrator dynamics under dynamic directed interaction[J]. International Journal of Control. 2010, **83**(3):506–515

[103] A. Hassibi, S. Boyd, J. How. Control of asynchronous dynamical systems with rate constraints on events[C]. in Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control. 1999, 1345–1351

[104] H. Park, Y. Kim, D. Kim, W. Kwon. A scheduling method for network-based control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology. **10**(3)

[105] M. Branicky, S. Phillips, W. Zhang. Scheduling and feedback co-design for networked control systems[C]. in Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. 2002, 1211–1217

[106] M. Velasco, J. Fuertes, C. Lin, P. Marti, S. Brandt. A control approach to bandwidth management in networked control systems[C]. in Proceedings of the 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. 2004, 2343–2348

[107] K. Zhou, J. Doyle. Essentials of robust control[M]. New York: Prentice-Hall, 1999

[108] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002

[109] A. Megretski, A. Rantzer. System analysis via integral quadratic constraints part I[R]. Tech. rep., Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1995

[110] U. Jonsson. Lecture note on integral quadratic constraints[R]. Tech. rep., Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, 2001

[111] N. El-Farra. Failure analysis in networked process control systems with control and communication constraints[C]. in AIChE Annual Meeting. 2005, paper 454g

[112] P.Antsaklis, J.Baillieul. Special issue on technology of networked control systems[J]. Proceedings of the IEEE. 2007, **95**(1):5–8

[113] G. Walsh, H. Ye, L. Bushnell. Stability analysis of networked control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2002, **10**(3):438–446

[114] H. Fujioka. Stability analysis for a class of networked/embedded control systems: a discrete-time approach[C]. in Proceedings of the 2008 American Control Conference. 2008, 11–13

[115] H. Ishii, B. Francis. Limited data rate in control systems with networks[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002

[116] D. Ao, Z. Geng, L. Huang. Robust dichotomies of the lur'e system with structured uncertainties[C]. in Proceedings of the 25th Chinese Control Conference. 2006, 802–805

[117] A. Cervin, D. Henriksson, B. Lincoln, K. Arzen. Jitterbug and Truetime: analysis tools for real-time control systems[C]. in Proceedings of the 2nd Workshop on Real-Time Tools. 2002

[118] H. Gao, J. Lam, C. Wang, Y. Wang. Delay-dependent output-feedback stabilisation of discrete-time systems with time-varying state delay[J]. IET Control Theory and Applications. 2004, **151**(6):691–698

[119] H. Gao, T. Chen. New results on stability of discrete-time systems with time-varying state delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2007, **52**(2):328–334

[120] X. Meng, B. Lam, J. Du, H. Gao. A delay-partitioning approach to the stability analysis of discrete-time systems[J]. Automatica. 2010, **46**(3):610–614

[121] 李忠奎. 多智能体系统的一致性区域与一致性控制[D]. Ph.D. thesis, 北京大学, 2010

[122] S. Hirche, T. Matiakis, M. Buss. A distributed controller approach for delay-independent stability of networked control systems[J]. Automatica. 2009, **45**(8):1828–1836

[123] Network science[M]. Washington, D.C.: National Academies, 2006

[124] R. Murray, K. Astrom, S. Boyd, R. Brockett, G. Stein. Control in an information rich world[J]. IEEE Control Systems Magazine. **23**(2):20–33

[125] 张湘. 分布式网络控制系统若干控制问题研究[D]. Ph.D. thesis, 西南交通大学, 2008

[126] W. Fan, H. Cai, W. Hu. Stability of networked control systems with time-delay[J]. Journal of Control Theory and Applications. 2004, **21**(6):880–884

个人简历、在学期间的研究成果

个人简历

1983年8月14日出生于河北省武安市；2002年9月考入西安交通大学电子与信息工程学院自动化专业，2006年6月本科毕业并获得工学学士学位；2006年9月保送进入北京大学工学院力学与空天技术系力学(力学系统与控制)专业攻读博士学位至今。

发表/待发表论文

[1] K. Wen, Z.Y. Geng. Stability of Distributed Heterogeneous Systems with Static Nonlinear Interconnections. Systems & Control Letters, 59, 680-686, 2010.

[2] K. Wen, Z.Y. Geng. Modeling and Analysis of Quantized Feedback of Networked Control System. Proceedings of the 29th Chinese Control Conference, Beijing, China, 4445-4451, 2010.

[3] K. Wen, Z.Y. Geng. Modeling and Analysis of Distributed Networked Control Systems. IET Control Theory & Applications, (accepted).

[4] K. Wen, Z.Y. Geng. Modeling and Analysis of Networked Control Systems Under Robust Framework. International Journal of Robust and Nonlinear Control, (under review).

[5] K. Wen, Z.Y. Geng. Controller Design for Distributed Heterogeneous Systems with Nonlinear Interconnections. (prepared for submission)

参与课题

[1] 复杂网络动力学与控制及其在航空航天中的应用，国家自然科学基金，10832006。

[2] 仿射输入非线性系统的运动规划研究，国家自然科学基金，11072002。

[3] 基于网络的多智能体的协调控制，国家重点实验室自主课题。

致　谢

06年，本科毕业的我只身来到北大求学，面对这个陌生的城市和充满未知的科研，感到前所未有的压力。在这博士研究生学习生涯即将结束之即，回首往昔，感受到这段人生阅历和学业收获千金难易。

首先，我向导师耿志勇教授表示由衷的感谢！我是导师自己招的第一个博士，在我攻读博士期间点滴的成长都倾注了导师极大的心血。感谢导师几年来对我的苦心栽培，师恩如海，结草难报。耿老师渊博的知识、敏锐的观察力、严谨踏实的科研和坦率处事的作风令我终身难忘。

同时，我要感谢这五年来教导过我，帮助过我的段志生教授、黄迅教授、王金枝教授和杨莹教授。是你们带我认识控制的精妙，在我科研的每个关键时期给出方向性的建议。

感谢实验室的奥顿，李忠奎，史红静和吴凡博士，感谢你们与我多次讨论问题并给予我无私的帮助；感谢实验室所有同学，是你们的热情和支持丰富了我的生活，愿我们的友谊永存！

感谢我的父母，在我多年的求学生活中对我的理解、关爱，是我的坚强的精神支柱。

尤其感谢我的爱人，她无私奉献着全部感情，默默承受着生活压力，她永远是我坚持不懈的动力源泉。

感谢在百忙之中评审我博士学位论文的各位专家和学者！

感谢所有支持过我、帮助过我、批评过我、鼓励过我和理解过我的朋友们！

最后，感谢生活对我的考验与磨砺！

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

论文作者签名：　　　　　　　日期：　　年　月　日

学位论文使用授权说明

本人完全了解北京大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，即：

按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；

学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并提供目录检索与阅览服务；

学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；

在不以赢利为目的的前提下，学校可以公布论文的部分或全部内容。

（保密的论文在解密后应遵守此规定）

论文作者签名：　　　　　　导师签名：

日期：　　年　月　日